

1次関数① （解答と解説）

1 解答 (1) 2 (2) 4 (3) 2

(1) x の値が 1 から 3 まで増加するとき、

x の増加量は $3-1=2$

(2) $x=1$ のとき $y=2\times 1-1=1$

$x=3$ のとき $y=2\times 3-1=5$

よって、 y の増加量は $5-1=4$

(3) (1), (2) から、変化の割合は

$$\frac{4}{2}=2$$

2 解答 (1) $y=4x-3$ (2) $y=-5x-10$ (3) $y=-2x+4$

(1) 変化の割合が 4 であるから、この 1 次関数は、 $y=4x+b$ と表される。

$x=2$ のとき $y=5$ であるから、 $x=2, y=5$ をこの式に代入すると

$$5=4\times 2+b$$

$$b=-3$$

よって、求める式は $y=4x-3$

(2) グラフの傾きが -5 であるから、求める式は $y=-5x+b$ とおける。

$x=-2, y=0$ をこの式に代入して解くと $b=-10$

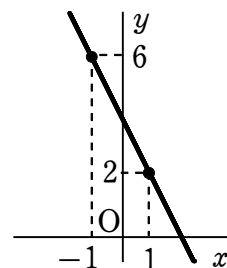
よって、求める式は $y=-5x-10$

(3) 求める直線の傾きは $\frac{2-6}{1-(-1)}=-2$

よって、求める式は $y=-2x+b$ とおける。

$x=1, y=2$ をこの式に代入して解くと $b=4$

したがって、求める直線の式は $y=-2x+4$



3 解答 下のグラフ

(1) 切片は -3 であるから、 y 軸上の点 $(0, -3)$ を通る。

また、傾きは 1 であるから、点 $(0, -3)$ から右へ 1、

上へ 1 だけ進んだ点 $(1, -2)$ を通る。

よって、グラフは、2 点 $(0, -3), (1, -2)$ を通る直線になる。

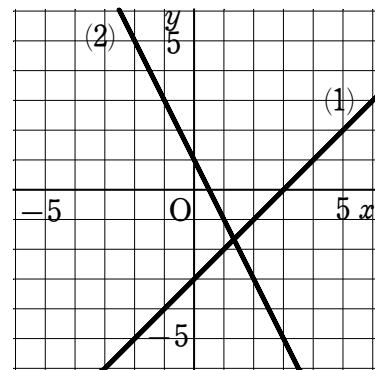
(2) 切片は 1 であるから、 y 軸上の点 $(0, 1)$ を通る。

また、傾きは -2 であるから、点 $(0, 1)$ から右へ 1、

下へ 2 だけ進んだ点 $(1, -1)$ を通る。

よって、グラフは、2 点 $(0, 1), (1, -1)$ を通る直線になる。

したがって、グラフは図のようになる。



1次関数② （解答と解説）

1 [解答] (1) 3 (2) -9 (3) -3

(1) x の値が -1 から 2 まで増加するとき、

x の増加量は $2 - (-1) = 3$

(2) $x = -1$ のとき $y = -3 \times (-1) + 5 = 8$

$x = 2$ のとき $y = -3 \times 2 + 5 = -1$

よって、 y の増加量は $-1 - 8 = -9$

(3) (1), (2) から、変化の割合は

$$\frac{-9}{3} = -3$$

2 [解答] (1) $y = -\frac{1}{3}x + 1$ (2) $y = 2x + 4$ (3) $y = 3x - 5$

(1) グラフの傾きが $-\frac{1}{3}$ であるから、この1次関数は、 $y = -\frac{1}{3}x + b$ と表される。

点 $(-3, 2)$ を通るから、 $x = -3$, $y = 2$ をこの式に代入すると

$$2 = -\frac{1}{3} \times (-3) + b$$

$$b = 1$$

よって、求める式は $y = -\frac{1}{3}x + 1$

(2) グラフの切片が 4 であるから、求める式は $y = ax + 4$ とおける。

$x = -6$, $y = -8$ をこの式に代入して解くと $a = 2$

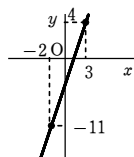
よって、求める式は $y = 2x + 4$

(3) 求める直線の傾きは $\frac{4 - (-11)}{3 - (-2)} = 3$

よって、求める式は $y = 3x + b$ とおける。

$x = 3$, $y = 4$ をこの式に代入して解くと $b = -5$

したがって、求める直線の式は $y = 3x - 5$



3 [解答] 下のグラフ

(1) 切片は -1 であるから、 y 軸上の点 $(0, -1)$ を通る。

また、傾きは $\frac{1}{2}$ であるから、点 $(0, -1)$ から右へ 2 ,

上へ 1 だけ進んだ点 $(2, 0)$ を通る。

よって、グラフは、 2 点 $(0, -1)$, $(2, 0)$ を通る直線になる。

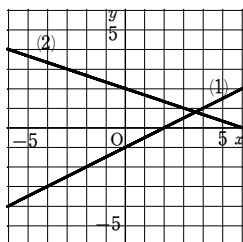
(2) 切片は 2 であるから、 y 軸上の点 $(0, 2)$ を通る。

また、傾きは $-\frac{1}{3}$ であるから、点 $(0, 2)$ から右へ 3 ,

下へ 1 だけ進んだ点 $(3, 1)$ を通る。

よって、グラフは、 2 点 $(0, 2)$, $(3, 1)$ を通る直線になる。

したがって、グラフは右上の図のようになる。



1次関数③ （解答と解説）

1 [解答] (1) 3 (2) 3 (3) -6

(1) $y = 3x - 4$ の変化の割合は 3

(2) (変化の割合) = $\frac{(y \text{ の増加量})}{(x \text{ の増加量})}$ であるから、

$(y \text{ の増加量}) = (\text{変化の割合}) \times (x \text{ の増加量})$ となる。

x の増加量が 1 のときの y の増加量は $3 \times 1 = 3$

(3) x の増加量が -2 のときの y の増加量は $3 \times (-2) = -6$

2 [解答] (1) $y = 4x - 1$ (2) $y = -\frac{2}{3}x - 6$ (3) $y = -3x + 1$

(1) グラフの傾きが 4 であるから $a = 4$

y 軸との交点が $(0, -1)$ であるから $b = -1$

よって、求める式は $y = 4x - 1$

(2) 変化の割合が $-\frac{2}{3}$ であるから、求める式は $y = -\frac{2}{3}x + b$ とおける。

$x = -6, y = -2$ をこの式に代入して解くと $b = -6$

よって、求める式は $y = -\frac{2}{3}x - 6$

(3) $\frac{(y \text{ の増加量})}{(x \text{ の増加量})} = \frac{-5 - 4}{2 - (-1)}$
 $= -3$

したがって、この 1 次関数の式は $y = -3x + b$ と表される。

$x = -1$ のとき $y = 4$ であるから

$$4 = -3 \times (-1) + b$$

$$b = 1$$

よって、求める式は $y = -3x + 1$

3 [解答] (1, 0)

点 D の x 座標を t とおくと、点 E の x 座標も t である。

E は直線 $y = -x + 4$ 上の点であるから、その y 座標は $-t + 4$

よって $DE = -t + 4$

点 F の y 座標は E の y 座標と等しく $-t + 4$ であるから、 $y = \frac{1}{2}x + 4$ に $y = -t + 4$ を

代入すると

$$-t + 4 = \frac{1}{2}x + 4$$

これを解くと $x = -2t$

よって、点 F の x 座標は $-2t$

したがって $EF = t - (-2t) = 3t$

長方形 DEFG が正方形になるとき、 $DE = EF$ であるから

$$-t + 4 = 3t$$

$$t = 1$$

これは問題に適している。

よって、D の座標は (1, 0)

1次関数④（解答と解説）

1 解答 (1) 36 (2) -12 (3) 9 (4) -8

(変化の割合) = $\frac{(y \text{ の増加量})}{(x \text{ の増加量})}$ より $(y \text{ の増加量}) = (\text{変化の割合}) \times (x \text{ の増加量})$

$$(1) 3 \times 12 = 36 \quad (2) (-1) \times 12 = -12 \quad (3) \frac{3}{4} \times 12 = 9 \quad (4) \left(-\frac{2}{3}\right) \times 12 = -8$$

2 解答 (1) $y = 4x - 3$ (2) $y = 2x + 6$

(1) 変化の割合が4であるから、この1次関数は、 $y = 4x + b$ と表される。

$x = 2$ のとき $y = 5$ であるから、 $x = 2$, $y = 5$ をこの式に代入すると

$$5 = 4 \times 2 + b$$

$$b = -3$$

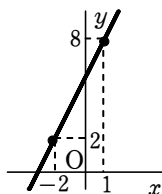
よって、求める式は $y = 4x - 3$

$$(2) \text{ 求める直線の傾きは } \frac{8-2}{1-(-2)} = 2$$

よって、求める式は $y = 2x + b$ とおける。

$x = 1$, $y = 8$ をこの式に代入して解くと $b = 6$

したがって、求める直線の式は $y = 2x + 6$



3 解答 (1) 分速 100 m (2) 7 時 55 分

(1) 10 分間で 1000 m 進んでいるから、

$$\frac{1000}{10} = 100 \text{ より 分速 } 100 \text{ m}$$

(2) 時速 18 km は、分速 300 m である。母親が家を出発したのは、7 時 30 分の 20 分後である。

よって、グラフの横軸を x 軸、縦軸を y 軸としたとき、母親の動きを表すグラフは、点 $(20, 0)$ を通る、傾き 300 の直線である。

母親の動きを表すグラフの式を $y = 300x + p$ とおくと、グラフが点 $(20, 0)$ を通るから

$$0 = 300 \times 20 + p$$

$$p = -6000$$

よって、母親の動きを表すグラフの式は

$$y = 300x - 6000 \quad \cdots \cdots \textcircled{1}$$

一方、 $15 \leq x \leq 35$ における A 君の動きを表すグラフは、点 $(15, 1000)$ を通る、

傾き $\frac{2000-1000}{35-15} = 50$ の直線である。

A 君の動きを表すグラフの式を $y = 50x + q$ とおくと、グラフが点 $(15, 1000)$ を通るから

$$1000 = 50 \times 15 + q$$

$$q = 250$$

よって、A 君の動きを表すグラフの式は

$$y = 50x + 250 \quad \cdots \cdots \textcircled{2}$$

母親が A 君に追いつく時刻は、①, ② のグラフの交点の x 座標からわかる。

①, ② を連立させて解くと $x = 25$, $y = 1500$

したがって、追いつく時刻は 7 時 30 分の 25 分後であるから 7 時 55 分

1次関数⑤（解答と解説）

1 [解答] (1) 3 (2) 3 (3) -6

(1) $y = 3x - 4$ の変化の割合は 3

(2) (変化の割合) = $\frac{(y \text{ の増加量})}{(x \text{ の増加量})}$ であるから、

$(y \text{ の増加量}) = (\text{変化の割合}) \times (x \text{ の増加量})$ となる。

x の増加量が 1 のときの y の増加量は $3 \times 1 = 3$

(3) x の増加量が -2 のときの y の増加量は $3 \times (-2) = -6$

2 [解答] (1) $y = -\frac{1}{3}x + 1$ (2) $y = -2x + 4$

(1) グラフの傾きが $-\frac{1}{3}$ であるから、この 1 次関数は、 $y = -\frac{1}{3}x + b$ と表される。

点 $(-3, 2)$ を通るから、 $x = -3, y = 2$ をこの式に代入すると

$$2 = -\frac{1}{3} \times (-3) + b$$

$$b = 1$$

よって、求める式は $y = -\frac{1}{3}x + 1$

(2) 求める直線の傾きは $\frac{2-6}{1-(-1)} = -2$

よって、求める式は $y = -2x + b$ とおける。

$x = 1, y = 2$ をこの式に代入して解くと $b = 4$

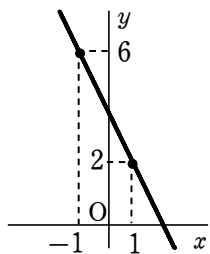
したがって、求める直線の式は $y = -2x + 4$

【別解】

$y = ax + b$ に $x = 1, y = 2, x = -1, y = 6$ を代入して
連立方程式で求めることもできる。

$$\begin{cases} a + b = 2 \\ -a + b = 6 \end{cases}$$

$a = -2, b = 4$ となる。



3 [解答] (1) (6, 6) (2) $y = \frac{5}{3}x$

(1) 点 P は直線 $y = \frac{1}{3}x + 4$ …… ① と直線 $y = x$ …… ② の交点である。

①, ② を連立させて解くと $x = 6, y = 6$

よって、P の座標は (6, 6)

(2) O を通り、 $\triangle OAP$ の面積を 2 等分する直線は、線分 AP の中点を通る。

線分 AP の中点を M とすると、M の座標は $\left(\frac{0+6}{2}, \frac{4+6}{2}\right)$ すなわち (3, 5)

よって、直線 OM の傾きは $\frac{5}{3}$ であるから、 $\triangle OAP$ の面積を 2 等分する直線の式は

$$y = \frac{5}{3}x$$

1次関数⑥（解答と解説）

1 [解答] (ア), (ウ)

(ア) 1本50円の鉛筆 x 本と150円のノートの代金 y 円は, $y = 50x + 150$ と表される。

(イ) 1辺が x cm の正方形の面積 y cm² は, $y = x^2$ と表される。

(ウ) 長さ1mのテープから, 長さ10cmのテープを x 本切り取ったときの

残りの長さ y cm は, $y = 100 - 10x$ ($y = -10x + 100$) と表される。

よって, 1次関数であるものは (ア), (ウ)

2 [解答] (1) $y = -\frac{2}{3}x - 6$ (2) $y = 3x - 5$

(1) 変化の割合が $-\frac{2}{3}$ であるから, 求める式は $y = -\frac{2}{3}x + b$ とおける。

$x = -6$, $y = -2$ をこの式に代入して解くと $b = -6$

よって, 求める式は $y = -\frac{2}{3}x - 6$

(2) 求める直線の傾きは $\frac{4 - (-11)}{3 - (-2)} = 3$

よって, 求める式は $y = 3x + b$ とおける。

$x = 3$, $y = 4$ をこの式に代入して解くと $b = -5$

したがって, 求める直線の式は $y = 3x - 5$

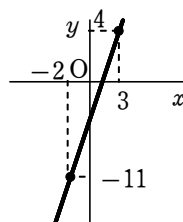
【別解】

$y = ax + b$ に $x = -2$, $y = -11$, $x = 3$, $y = 4$ を代入して

連立方程式で求めることもできる。

$$\begin{cases} -2a + b = -11 \\ 3a + b = 4 \end{cases}$$

$a = 3$, $b = -5$ となる。



3 [解答] $6 \leq x \leq 10$, $y = -3x + 30$

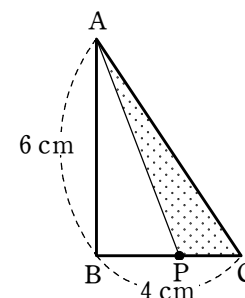
Pが点Bに着くのは, 動き始めてから6秒後,

点Cに着くのは, 動き始めてから10秒後である。

よって, x の変域は $6 \leq x \leq 10$

$\triangle APC$ の面積は $\frac{1}{2} \times (10 - x) \times 6 = -3x + 30$ (cm²)

よって $y = -3x + 30$



$AB + BP = x$ cm

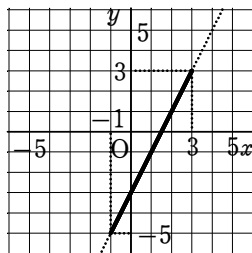
$AB + BC = 10$ cm

1次関数⑦（解答と解説）

1 解答 (1) $-5 \leq y \leq 3$ (2) $-4 \leq y \leq 5$

(1) x の変域が $-1 \leq x \leq 3$ のとき、1 次関数 $y = 2x - 3$ のグラフは右の図のようになる。

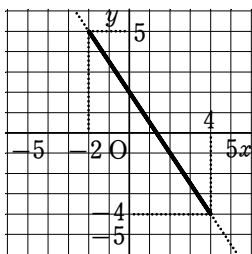
よって、求める y の変域は $-5 \leq y \leq 3$



(2) x の変域が $-2 \leq x \leq 4$ のとき、1 次関数 $y = -\frac{3}{2}x + 2$

のグラフは右の図のようになる。

よって、求める y の変域は $-4 \leq y \leq 5$



2 解答 (1) $y = 2x + 4$ (2) $y = \frac{1}{2}x - 3$

(1) グラフの切片が 4 であるから、求める式は $y = ax + 4$ とおける。

$x = -6, y = -8$ をこの式に代入して解くと $a = 2$

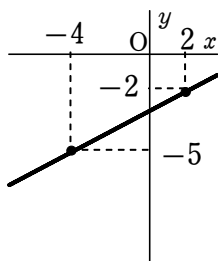
よって、求める式は $y = 2x + 4$

(2) 求める直線の傾きは $\frac{-2 - (-5)}{2 - (-4)} = \frac{1}{2}$

よって、求める式は $y = \frac{1}{2}x + b$ とおける。

$x = 2, y = -2$ をこの式に代入して解くと $b = -3$

したがって、求める直線の式は $y = \frac{1}{2}x - 3$



【別解】

$y = ax + b$ に $x = 2, y = -2$, $x = -4, y = -5$ を代入して連立方程式で求めることもできる。

$$\begin{cases} 2a + b = -2 \\ -4a + b = -5 \end{cases}$$

$a = \frac{1}{2}, b = -3$ となる。

3 解答 (1) $y = 300x$ (2) $y = 50x + 1000$

(1) $x = 0$ のとき $y = 0$, $x = 4$ のとき $y = 1200$ であるから、

変化の割合は $\frac{1200}{4} = 300$

よって、求める式は $y = 300x$

(2) $x = 4$ のとき $y = 1200$, $x = 10$ のとき $y = 1500$ であるから、

変化の割合は $\frac{1500 - 1200}{10 - 4} = 50$

よって、求める式は $y = 50x + b$ とおける。

$x = 4$ のとき $y = 1200$ であるから

$$1200 = 50 \times 4 + b$$

$$b = 1000$$

したがって、求める式は $y = 50x + 1000$

1次関数⑧（解答と解説）

1 解答 (1) ②, ④ (2) ① (3) ③ (4) ④

(1) 右下がりの直線となるのは、傾きが負の直線である。

よって ②, ④

(2) $y=3x-4$ と平行な直線は、傾きが3の直線である。

よって ①

(3) $x=3$ のとき

$$\textcircled{1} \quad y=3 \times 3 + 2 = 11$$

$$\textcircled{2} \quad y=-3 \times 3 - 4 = -13$$

$$\textcircled{3} \quad y=\frac{1}{3} \times 3 - 2 = -1$$

$$\textcircled{4} \quad y=-\frac{1}{3} \times 3 + 4 = 3$$

よって、点 $(3, -1)$ を通るのは ③

(4) $x=-6$ のとき

$$\textcircled{1} \quad y=3 \times (-6) + 2 = -16$$

$$\textcircled{2} \quad y=-3 \times (-6) - 4 = 14$$

$$\textcircled{3} \quad y=\frac{1}{3} \times (-6) - 2 = -4$$

$$\textcircled{4} \quad y=-\frac{1}{3} \times (-6) + 4 = 6$$

よって、点 $(-6, 6)$ を通るのは ④

2 解答 (1) $y=-5x-10$ (2) $y=4x-7$

(1) グラフの傾きが -5 であるから、求める式は $y=-5x+b$ とおける。

$x=-2, y=0$ をこの式に代入して解くと $b=-10$

よって、求める式は $y=-5x-10$

(2) 直線の傾きは $\frac{1-(-11)}{2-(-1)}=4$

よって、求める直線の式は次のようにおける。

$$y=4x+b$$

$x=-1, y=-11$ をこの式に代入すると

$$-11=4 \times (-1) + b$$

$$b=-7$$

したがって、求める式は $y=4x-7$

【別解】

$y=ax+b$ に $x=2, y=1, x=-1, y=-11$ を代入して

連立方程式で求めることもできる。

$$\begin{cases} 2a+b=1 \\ -a+b=-11 \end{cases}$$

$a=4, b=7$ となる。

3 解答 $y=2x-2$

線分 BC の中点を M とすると、M の座標は $\left(\frac{(-2)+4}{2}, 0\right)$

すなわち $(1, 0)$

よって、求める直線の式を $y=ax+b$ とおくと、この直線は2点 A, M を通るから

$$\begin{cases} 2=2a+b \\ 0=a+b \end{cases}$$

この連立方程式を解くと $a=2, b=-2$

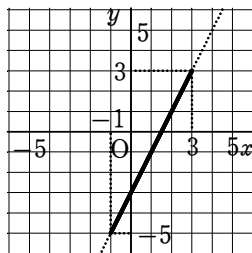
したがって、求める直線の式は $y=2x-2$

1次関数⑨（解答と解説）

1 解答 (1) $-5 \leq y \leq 3$ (2) $-4 \leq y \leq 5$

(1) x の変域が $-1 \leq x \leq 3$ のとき、1 次関数 $y = 2x - 3$ のグラフは右の図のようになる。

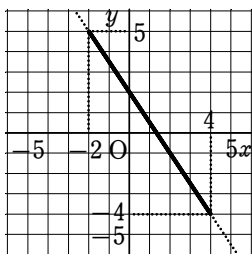
よって、求める y の変域は $-5 \leq y \leq 3$



(2) x の変域が $-2 \leq x \leq 4$ のとき、1 次関数 $y = -\frac{3}{2}x + 2$

のグラフは右の図のようになる。

よって、求める y の変域は $-4 \leq y \leq 5$



2 解答 (1) $y = -2x + 3$ (2) $y = -5x + 3$

(1) 求める 1 次関数の式を $y = ax + b$ とする。

変化の割合が -2 であるから $a = -2$

$x = 0$ のとき $y = 3$ であるから $b = 3$

よって、求める式は $y = -2x + 3$

(2) 直線の傾きは $\frac{-12 - 13}{3 - (-2)} = -5$

よって、求める直線の式は次のようになる。

$$y = -5x + b$$

$x = -2$, $y = 13$ をこの式に代入すると

$$13 = -5 \times (-2) + b$$

$$b = 3$$

したがって、求める式は $y = -5x + 3$

【別解】

$y = ax + b$ に $x = -2$, $y = 13$, $x = 3$, $y = -12$ を代入して

連立方程式で求めることもできる。

$$\begin{cases} 2a + b = 13 \\ 3a + b = -12 \end{cases}$$

$a = -5$, $b = 3$ となる。

3 解答 (1) x cm (2) $(12 - x)$ cm (3) $9 \leq x \leq 12$, $y = -3x + 36$

(1) P は x 秒間で x cm 動くから、 x 秒後における

CD + DA + AP の長さは x cm

(2) $CD + DA + AB = 3 + 6 + 3 = 12$ (cm)

CD + DA + AP = x cm

よって、 x 秒後における BP の長さは

$(12 - x)$ cm

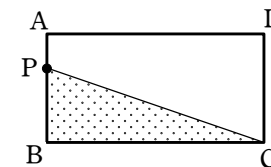
(3) P が点 A に着くのは、動き始めてから 9 秒後、

点 B に着くのは、動き始めてから 12 秒後である。

よって、 x の変域は $9 \leq x \leq 12$

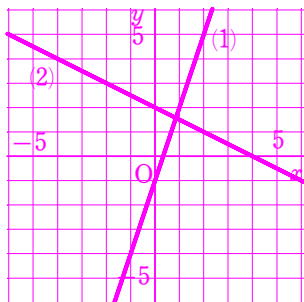
$\triangle PBC$ の面積は $\frac{1}{2} \times 6 \times (12 - x) = -3x + 36$ (cm²)

したがって $y = -3x + 36$



1次関数⑩（解答と解説）

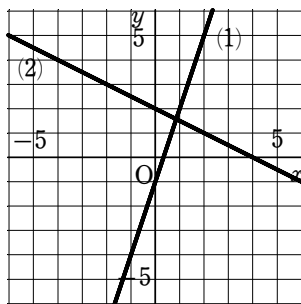
1 解答



(1) 切片は -1 であるから、 y 軸上の点 $(0, -1)$ を通る。
また、傾きは 3 であるから、点 $(0, -1)$ から右へ 1 、上へ 3 だけ進んだ点 $(1, 2)$ を通る。
よって、グラフは、2点 $(0, -1)$ 、 $(1, 2)$ を通る直線になる。

(2) 切片は 2 であるから、 y 軸上の点 $(0, 2)$ を通る。
また、傾きは $-\frac{1}{2}$ であるから、点 $(0, 2)$ から右へ 2 、下へ 1 だけ進んだ点 $(2, 1)$ を通る。
よって、グラフは、2点 $(0, 2)$ 、 $(2, 1)$ を通る直線になる。

したがって、グラフは右上の図のようになる。



2 解答 (1) $y = x + 4$ (2) $y = \frac{2}{3}x - 4$

(1) 求める1次関数の式を $y = ax + b$ とする。
変化の割合が 1 であるから、この1次関数の式は $y = x + b$ と表される。

$x = -1$ のとき $y = 3$ であるから

$$3 = -1 + b$$

$$b = 4$$

よって、求める式は $y = x + 4$

(2) 直線の傾きは $\frac{-6 - (-10)}{-3 - (-9)} = \frac{2}{3}$

よって、求める直線の式は次のようにおける。

$$y = \frac{2}{3}x + b$$

$x = -9$, $y = -10$ をこの式に代入すると

$$-10 = \frac{2}{3} \times (-9) + b$$

$$b = -4$$

したがって、求める式は $y = \frac{2}{3}x - 4$

【別解】

$y = ax + b$ に $x = -9$, $y = -10$, $x = -3$, $y = -6$ を代入して連立方程式で求めることもできる。

$$\begin{cases} -9a + b = -10 \\ -3a + b = -6 \end{cases}$$

$$a = \frac{2}{3}, b = -4 \text{ となる。}$$

3 解答 (4, 8)

点 B の x 座標を t とおく。

B は直線 $y = 2x$ 上の点であるから、その y 座標は $2t$

よって $BD = 2t$

点 C の y 座標は B の y 座標と等しく、 $2t$ であるから、 $y = -\frac{1}{3}x + 12$ に

$y = 2t$ を代入すると

$$2t = -\frac{1}{3}x + 12$$

これを解くと $x = -6t + 36$

よって、 C の x 座標は $-6t + 36$

したがって $BC = (-6t + 36) - t = -7t + 36$

四角形 $BDEC$ は正方形になるから $BD = BC$

よって $2t = -7t + 36$

$$t = 4$$

これは問題に適している。

$t = 4$ のとき、 $2t = 2 \times 4 = 8$ であるから、点 B の座標は (4, 8)