三平方の定理⑩　（解答と解説）

1 解答　略

直角三角形 ABC において　$1^2+2^2=AC^2$

$AC^2=5$

$AC>0$ であるから　$AC=\sqrt{5}$

△ACD において　$AC^2+CD^2=5+4=9$，$AD^2=9$

よって，△ACD は辺 AD を斜辺とする直角三角形であるから　$\angle ACD=90^\circ$

2 解答　6 cm

線分 AB は円の直径であるから　$\angle ACB=90^\circ$

よって，直角三角形 ABC において

$$8^2+BC^2=10^2$$

$$BC^2=36$$

$BC>0$ であるから　$BC=6$ cm

3 解答　(1)　$\sqrt{15}$ cm　(2)　$\dfrac{2\sqrt{14}}{3}$ cm^3

(1)　P は，線分 OB と AC の交点である。
このとき，右の図のような展開図の一部において，$OP\perp AC$ となる。
$OP=x$ cm とすると，
直角三角形 OPC において

$$PC^2=8^2-x^2$$

直角三角形 BPC において

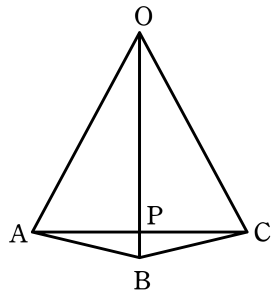
$$PC^2=4^2-(8-x)^2$$

よって　$8^2-x^2=4^2-(8-x)^2$

これを解くと　$x=7$

したがって　$PC^2=8^2-7^2=15$

$PC>0$ であるから　$PC=\sqrt{15}$ cm



(2)　$BP\perp AP$，$BP\perp CP$ であるから，線分 BP は面 APC と垂直である。

△ABC において　$AC=4\sqrt{2}$ cm

また，△PAC において，辺 AC の中点を M とすると，$PA=PC$ であるから，

$AM=2\sqrt{2}$ cm で，$\angle PMA=90^\circ$ となる。

よって　$(2\sqrt{2})^2+PM^2=(\sqrt{15})^2$

$$PM^2=7$$

$PM>0$ であるから　$PM=\sqrt{7}$

したがって　$\triangle PAC=\dfrac{1}{2}\times4\sqrt{2}\times\sqrt{7}=2\sqrt{14}$ (cm^2)

よって，三角錐 PABC の体積は

$$\frac{1}{3}\times2\sqrt{14}\times(8-7)=\frac{2\sqrt{14}}{3}\ (\mathrm{cm}^3)$$