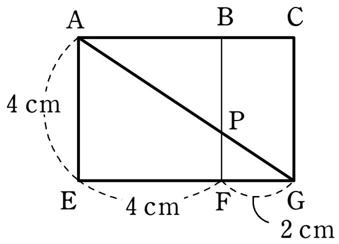
1　解答　$2\sqrt{13}$ cm

線分 AP と PG の長さの和が最小となるのは，右の図のような展開図の一部において，3 点 A，P，G が一直線上にあるときである。
このとき，AP+PG は線分 AG の長さと等しくなる。



直角三角形 ABG において

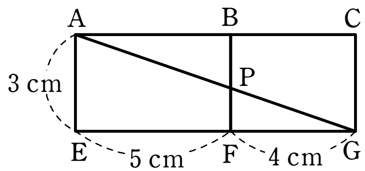
$$AG^2=AB^2+BG^2$$
$$=4^2+6^2$$
$$=52$$

AG>0 であるから　$AG=2\sqrt{13}$

よって，求める長さの和は　$2\sqrt{13}$ cm

2　解答　(1)　$3\sqrt{10}$ cm　(2)　$\sqrt{205}$ cm

(1)　線分 AP と PG の長さの和が最小となるのは，右の図のような展開図の一部において，3 点 A，P，G が一直線上にあるときである。
このとき，AP+PG は線分 AG の長さと等しくなる。



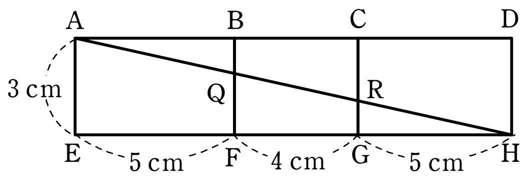
直角三角形 AEG において

$$AG^2=AE^2+EG^2=3^2+9^2$$
$$=90$$

AG>0 であるから　$AG=3\sqrt{10}$

よって，求める長さの和は　$3\sqrt{10}$ cm

(2)　糸の長さがもっとも短くなるのは，右の図のような展開図の一部において，4 点 A，Q，R，H が一直線上にあるときである。
このとき，糸の長さは，線分 AH の長さと等しくなる。



直角三角形 AEH において

$$AH^2=AE^2+EH^2=3^2+14^2$$
$$=205$$

AH>0 であるから　$AH=\sqrt{205}$

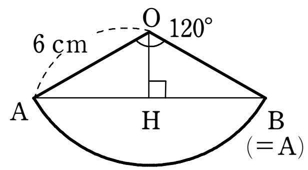
よって，求める糸の長さは　$\sqrt{205}$ cm

3　解答　$6\sqrt{3}$ cm

円錐の頂点を O とし，糸の端となる底面の円周上の点を A とする。
展開図における側面のおうぎ形の中心角を x° とすると

$$2\pi\times6\times\frac{x}{360}=2\pi\times2$$
$$x=120$$

よって，もっとも短い糸の長さは，右の図のおうぎ形における線分 AB の長さに等しい。



O から線分 AB にひいた垂線を OH とすると，△OAH は 3 つの角が 30°，60°，90° の直角三角形であるから

$$AH=\frac{\sqrt{3}}{2}OA=\frac{\sqrt{3}}{2}\times6=3\sqrt{3}\ (\mathrm{cm})$$

したがって，求める糸の長さは　$3\sqrt{3}\times2=6\sqrt{3}$ (cm)