

相似な図形① (解答と解説)

1 [解答] (1) 2:1 (2) 4 cm (3) 59°

(1) 2つの四角形の対応する辺の長さの比は

$$BC : FG = 10 : 5 = 2 : 1$$

であるから、相似比は 2:1

(2) (1)より、相似比は2:1であるから

$$CD : GH = 2 : 1$$

$$8 : GH = 2 : 1$$

よって $GH = 4$ cm

(3) 相似な図形では、対応する角の大きさは等しいから $\angle H = \angle D$

ここで、四角形 ABCD において

$$\angle D = 360^\circ - (104^\circ + 90^\circ + 107^\circ) = 59^\circ$$

よって $\angle H = 59^\circ$

2 [解答] (1) $x = 10$ (2) $x = 9$ (3) $x = 8$ (4) $x = 14$

(1) $\triangle AEC$ と $\triangle BED$ において

$$AE : BE = 6 : 12 = 1 : 2$$

$$CE : DE = 4 : 8 = 1 : 2$$

対頂角は等しいから $\angle AEC = \angle BED$

よって、2組の辺の比とその間の角がそれぞれ等しいから

$$\triangle AEC \sim \triangle BED$$

相似な三角形の対応する辺の比は等しいから

$$AC : BD = AE : BE$$

$$5 : x = 1 : 2$$

これを解いて $x = 10$

(2) $\triangle ADE$ と $\triangle ABC$ において

仮定から $\angle ADE = \angle ABC$

共通な角であるから $\angle DAE = \angle BAC$

よって、2組の角がそれぞれ等しいから

$$\triangle ADE \sim \triangle ABC$$

相似な三角形の対応する辺の比は等しいから

$$DE : BC = AE : AC$$

$$6 : x = 8 : (8 + 4)$$

これを解いて $x = 9$

(3) $\triangle ABC$ と $\triangle AED$ において

仮定から $\angle ABC = \angle AED$

共通な角であるから $\angle BAC = \angle EAD$

よって、2組の角がそれぞれ等しいから

$$\triangle ABC \sim \triangle AED$$

相似な三角形の対応する辺の比は等しいから

$$AB : AE = AC : AD$$

$$(4 + x) : 6 = (6 + 2) : 4$$

これを解いて $x = 8$

(4) $\triangle ABC$ と $\triangle DAC$ において

$$AC : DC = 24 : 16 = 3 : 2$$

$$BC : AC = (20 + 16) : 24 = 3 : 2$$

共通な角であるから $\angle ACB = \angle DCA$

よって、2組の辺の比とその間の角がそれぞれ等しいから

$$\triangle ABC \sim \triangle DAC$$

相似な三角形の対応する辺の比は等しいから

$$AB : DA = AC : DC$$

$$21 : x = 3 : 2$$

これを解いて $x = 14$

3 [解答] $228\pi \text{ cm}^3$

BA と CD の交点を O とする。

AD // BC であるから

$$OA : OB = AD : BC = 2 : 3$$

$$OA : (OA + 4) = 2 : 3$$

$$OA = 8$$

よって、求める体積は

$$\frac{1}{3} \times \pi \times 9^2 \times (8 + 4) - \frac{1}{3} \times \pi \times 6^2 \times 8$$

$$= 324\pi - 96\pi = 228\pi \text{ (cm}^3\text{)}$$

