

相似な図形⑤ (解答と解説)

1 [解答] $\frac{28}{3}$ cm

$\triangle ABC$ と $\triangle DAC$ において

仮定から $\angle ABC = \angle DAC$ …… ①

共通な角であるから $\angle BCA = \angle ACD$ …… ②

①, ② より, 2組の角がそれぞれ等しいから $\triangle ABC \sim \triangle DAC$

よって, $BC : AC = AC : DC$ であるから

$$16 : 12 = 12 : DC$$

$$DC = 9$$

$\triangle DAB$ において, $\angle DAB = \angle DBA$ であるから $DA = DB = 16 - 9 = 7$

$\triangle ABC \sim \triangle DAC$ より, $AB : DA = BC : AC$ であるから

$$AB : 7 = 16 : 12$$

したがって $AB = \frac{28}{3}$ cm

2 [解答] (1) $x = 6$ (2) $x = \frac{24}{7}$ (3) $x = \frac{32}{3}$

(1) $l \parallel m \parallel n$ より

$$4 : x = 6 : 9$$

$$4 \times 9 = x \times 6$$

よって $x = 6$

(2) $l \parallel m \parallel n$ より

$$10 : 4 = (12 - x) : x$$

$$10 \times x = 4 \times (12 - x)$$

よって $x = \frac{24}{7}$

(3) $l \parallel m \parallel n$ より

$$4 : (x - 4) = 3 : 5$$

$$4 \times 5 = (x - 4) \times 3$$

よって $x = \frac{32}{3}$

3 [解答] (1) 15 cm^2 (2) 5 cm^2 (3) 16 cm^2 (4) 14 cm^2

(1) $BD : DC = 1 : 1$ であるから

$$\triangle ABD = \frac{1}{2} \triangle ABC = \frac{1}{2} \times 50 = 25$$

$AF : FB = 2 : 3$ であるから

$$\triangle BDF = \frac{3}{5} \triangle ABD = \frac{3}{5} \times 25 = 15 (\text{cm}^2)$$

(2) $\triangle ADC = \triangle ABD = 25$

$CE : EA = 1 : 4$ であるから

$$\triangle CED = \frac{1}{5} \triangle ADC = \frac{1}{5} \times 25 = 5 (\text{cm}^2)$$

(3) $AF : FB = 2 : 3$ であるから

$$\triangle CAF = \frac{2}{5} \triangle ABC = \frac{2}{5} \times 50 = 20 (\text{cm}^2)$$

$CE : EA = 1 : 4$ であるから

$$\triangle AFE = \frac{4}{5} \triangle CAF = \frac{4}{5} \times 20 = 16 (\text{cm}^2)$$

(4) $\triangle DEF = \triangle ABC - \triangle BDF - \triangle CED - \triangle AFE$

$$= 50 - 15 - 5 - 16 = 14 (\text{cm}^2)$$

[参考] 右の図において

$$\triangle ADE = \frac{AD}{AB} \times \frac{AE}{AC} \times \triangle ABC$$

が成り立つ。

