

相似な図形⑥ (解答と解説)

1 [解答] 3 cm

△ABD と △CBA において

$$AB : CB = 4 : 8 = 1 : 2$$

$$BD : BA = (8 - 6) : 4 = 1 : 2$$

共通な角であるから $\angle ABD = \angle CBA$

よって、2組の辺の比とその間の角がそれぞれ等しいから

$$\triangle ABD \sim \triangle CBA$$

相似比は 1 : 2 であるから

$$AD : CA = 1 : 2$$

$$\text{したがって } AD = \frac{1}{2}CA = 3(\text{cm})$$

2 [解答] (1) $x = 8, y = \frac{8}{3}$ (2) $x = 4, y = 5$

(1) $AB \parallel CD$ より $BE : EC = AB : CD$

$$\text{よって } BE : EC = 4 : 8 = 1 : 2$$

さらに、 $EF \parallel CD$ より

$$BF : FD = BE : EC$$

$$4 : x = 1 : 2$$

$$\text{したがって } x = 8$$

また、 $EF \parallel CD$ より

$$EF : CD = BE : BC$$

$$y : 8 = 1 : (1 + 2)$$

$$y \times 3 = 8 \times 1$$

$$\text{したがって } y = \frac{8}{3}$$

(2) 直線 CE と線分 BF の交点を G とする。

$EF \parallel CD$ より $GF : GD = EF : CD$

$$x : (x + 12) = 4 : 16$$

$$x : (x + 12) = 1 : 4$$

$$x \times 4 = (x + 12) \times 1$$

$$\text{したがって } x = 4$$

また、 $EF \parallel AB$ より

$$DF : DB = EF : AB$$

$$12 : (12 + 4 + y) = 4 : 7$$

$$12 \times 7 = (16 + y) \times 4$$

$$\text{したがって } y = 5$$

3 [解答] (1) 9 : 1 (2) 27 : 1 (3) 3 cm^3 (4) 54 cm^3

(1) 正三角錐 P と正三角錐 Q は相似であり、その相似比は

$$1 : \frac{1}{3} = 3 : 1$$

よって、P と Q の表面積の比は $3^2 : 1^2 = 9 : 1$

(2) P と Q の相似比は 3 : 1 であるから、P と Q の体積の比は

$$3^3 : 1^3 = 27 : 1$$

(3) Q の体積を V_1 とすると $81 : V_1 = 27 : 1$

$$\text{よって } V_1 = \frac{81 \times 1}{27} = 3(\text{cm}^3)$$

(4) P と Q の体積の比が 27 : 1 であるから、P と A の体積の比は

$$27 : (27 - 1) = 27 : 26$$

P の体積を V_2 とすると $V_2 : 52 = 27 : 26$

$$\text{よって } V_2 = \frac{52 \times 27}{26} = 54(\text{cm}^3)$$