

円の性質④ (解答と解説)

- 1 [解答] (1) $\angle x = 43^\circ$ (2) $\angle x = 142^\circ$ (3) $\angle x = 37^\circ, \angle y = 65^\circ$
 (4) $\angle x = 33^\circ$ (5) $\angle x = 57^\circ, \angle y = 114^\circ$ (6) $\angle x = 43^\circ$

(1) $\angle BAC$ は \widehat{BC} に対する円周角であるから

$$\angle x = \frac{1}{2} \angle BOC = \frac{1}{2} \times 86^\circ = 43^\circ$$

(2) $\angle BOC$ は \widehat{BC} に対する中心角であるから

$$\angle x = 2 \angle BAC = 2 \times 71^\circ = 142^\circ$$

(3) $\angle ABC$ は半円の弧に対する円周角であるから

$$\angle ABC = 90^\circ$$

$\triangle ABC$ において

$$\angle BCA = 180^\circ - (90^\circ + 53^\circ) = 37^\circ$$

よって $\angle x = \angle BCA = 37^\circ$

AC と BD の交点を E とすると, $\triangle ABE$ の内角と外角について

$$\angle ABD = 118^\circ - 53^\circ = 65^\circ$$

よって $\angle y = \angle ABD = 65^\circ$

(4) F と C を結ぶ。

$$\angle BFC = \angle BAC = 41^\circ$$

よって $\angle CFD = 74^\circ - 41^\circ = 33^\circ$

したがって $\angle x = \angle CFD = 33^\circ$

(5) $\angle x = \angle BDC = 57^\circ, \angle y = 2 \angle BDC = 2 \times 57^\circ = 114^\circ$

(6) \widehat{BC} に対する円周角より $\angle BDC = x$
 $\triangle ACE$ において $\angle ACE = x - 26^\circ$
 よって, $\triangle FCD$ において $(x - 26^\circ) + x = 60^\circ$

$$x = 43^\circ$$

- 2 [解答] (1) 3 : 1 (2) 9 : 16 (3) 3 cm

(1) $\triangle ABE$ と $\triangle DCE$ において
 対頂角は等しいから $\angle AEB = \angle DEC$

\widehat{BC} に対する円周角より $\angle BAE = \angle CDE$
 よって, 2組の角がそれぞれ等しいから

$$\triangle ABE \sim \triangle DCE$$

したがって $BE : CE = AB : DC = 9 : 6 = 3 : 2$ ①

同様に, $\triangle AED \sim \triangle BEC$ から $DE : CE = AD : BC = 6 : 12 = 1 : 2$ ②

①, ② から $BE : ED = 3 : 1$

(2) $\triangle ABE \sim \triangle DCE$ で相似比は 3 : 2 であるから

$$\triangle ABE : \triangle DCE = 3^2 : 2^2 = 9 : 4$$

また, $BD : ED = 4 : 1$ であるから

$$\triangle DBC : \triangle DCE = 4 : 1 = 16 : 4$$

よって $\triangle ABE : \triangle DBC = 9 : 16$

(3) $\triangle ABE$ と $\triangle DBC$ において

\widehat{BC} に対する円周角より $\angle BAE = \angle BDC$

$DA = CD$ より, $\widehat{DA} = \widehat{CD}$ であるから

$$\angle ABE = \angle DBC$$

よって, 2組の角がそれぞれ等しいから

$$\triangle ABE \sim \triangle DBC$$

(2) より, $\triangle ABE : \triangle DBC = 9 : 16 = 3^2 : 4^2$ であるから, $\triangle ABE$ と $\triangle DBC$ の相似比は 3 : 4 で

$$AB : DB = 3 : 4$$

$$9 : DB = 3 : 4$$

$$DB = 12$$

したがって $DE = \frac{1}{4} DB = \frac{1}{4} \times 12 = 3$ (cm)