

相似な図形⑨ (解答と解説)

1 [解答] $x = \frac{14}{3}$, $y = 6$, $z = 2$

EQ//AD より EQ : AD = BE : BA

$$2 : x = 3 : (3+4)$$

よって $x = \frac{14}{3}$

ER//BC より ER : BC = AE : AB

$$(2+y) : 14 = 4 : (4+3)$$

よって $y = 6$

RF//AD, AD//EF//BC より

$$\begin{aligned} RF : AD &= CF : CD \\ &= BE : BA \end{aligned}$$

$$z : \frac{14}{3} = 3 : (3+4)$$

よって $z = 2$

2 [解答] (1) $FG = \frac{5}{6}x$ cm (2) $x = 8$

(1) AD, EG, BC は平行であるから

$$DG : DC = AE : AB = x : 12$$

また FG : BC = DG : DC

よって $FG : 10 = x : 12$

$$12FG = 10x$$

$$FG = \frac{5}{6}x$$

したがって $FG = \frac{5}{6}x$ cm

(2) EF : AD = BE : BA

$$EF : 5 = (12-x) : 12$$

$$12EF = 5(12-x)$$

$$EF = 5 - \frac{5}{12}x$$

EF : FG = 1 : 4 とすると

$$\left(5 - \frac{5}{12}x\right) : \frac{5}{6}x = 1 : 4$$

$$4\left(5 - \frac{5}{12}x\right) = \frac{5}{6}x$$

これを解くと $x = 8$

3 [解答] (1) 10 cm (2) 3 : 2 (3) 3 : 8

(1) $\angle BAD = \angle CAD$ であるから、角の二等分線と比の定理により

$$BD : DC = AB : AC = 15 : 9 = 5 : 3$$

ここで、BC = 16 cm であるから

$$BD = \frac{5}{5+3} \times BC = \frac{5}{8} \times 16 = 10 \text{ (cm)}$$

(2) $\angle ABF = \angle DBF$ であるから、角の二等分線と比の定理により

$$AF : FD = BA : BD = 15 : 10 = 3 : 2$$

(3) (2) の結果より、AF : FD = 3 : 2 であるから

$$\begin{aligned} \triangle ABF : \triangle ABD &= 3 : (3+2) \\ &= 3 : 5 \end{aligned}$$

よって $\triangle ABD = \frac{5}{3} \triangle ABF$ ①

また、BD : DC = 5 : 3 であるから

$$\triangle ABD : \triangle ABC = 5 : (5+3) = 5 : 8$$

よって $\triangle ABC = \frac{8}{5} \triangle ABD$ ②

①, ② から $\triangle ABC = \frac{8}{5} \times \frac{5}{3} \triangle ABF = \frac{8}{3} \triangle ABF$

したがって $\triangle ABF : \triangle ABC = 3 : 8$

