空間図形への利用②　解答と解説

$\boxed{1}$ 解答　(1)　$\sqrt{13}$ cm　　(2)　$2\sqrt{13}$ cm^3

(1)　正四角錐 OABCD において，底面の正方形の対角線の交点を H とする。

線分 OH は底面に垂直であるから，△OAH において

$$AH^2+OH^2=4^2$$

線分 AC は正方形 ABCD の対角線であるから

$$AC=\sqrt{2}AB=\sqrt{2}\times\sqrt{6}$$
$$=2\sqrt{3}\ (\text{cm})$$

点 H は線分 AC の中点であるから

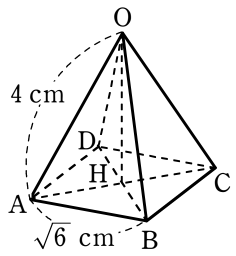
$$AH=\sqrt{3}\ \text{cm}$$

よって　　$(\sqrt{3})^2+OH^2=4^2$

$$OH^2=13$$

$OH>0$ であるから　$OH=\sqrt{13}$

したがって，求める高さは　　$\sqrt{13}$ cm



(2)　$\dfrac{1}{3}\times(\sqrt{6})^2\times\sqrt{13}=2\sqrt{13}\ (\text{cm}^3)$

$\boxed{2}$ 解答　$\dfrac{16\sqrt{17}}{3}$ cm^3

底面の対角線の交点を H とすると，△OAHは直角三角形であるから

$$AH^2+OH^2=5^2\quad\cdots\cdots①$$

線分 AC は 正方形 ABCD の対角線であるから

$$AC=4\sqrt{2}$$

点 H は線分 AC の中点であるから

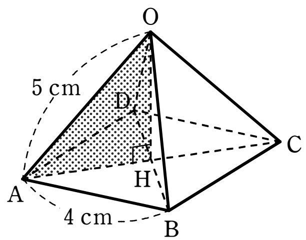
$$AH=2\sqrt{2}\quad\cdots\cdots②$$

①，② から　　$(2\sqrt{2})^2+OH^2=5^2$

$$OH^2=17$$

$OH>0$ であるから　　　$OH=\sqrt{17}$

よって，求める体積は　　$\dfrac{1}{3}\times4^2\times\sqrt{17}=\dfrac{16\sqrt{17}}{3}\ (\text{cm}^3)$



$\boxed{3}$ 解答　65π cm^3

底面の円の中心を O とし，頂点を A，母線の 1 つを AB とする。

直角三角形 OAB において

$$OB^2+5^2=8^2$$
$$OB^2=39$$

$OB>0$ であるから　　$OB=\sqrt{39}$

よって，円錐の体積は　　$\dfrac{1}{3}\times\pi\times(\sqrt{39})^2\times5=65\pi\ (\text{cm}^3)$