

解答と解説

1 [解答] 1.(1) 12 (2) $-\frac{1}{4}$ (3) $5\sqrt{2}$ (4) $x=5, y=-1$ (5) 65°

2. $(x-y-2)^2$ 3. (1), (2) 4. 34.9% 5. $70\pi \text{ cm}^2$

配点：1 3点×5 2～5：4点×4

(1) $8 \times 2 - 4$
 $= 16 - 4$
 $= 12$

(2) $\frac{3}{4} - \frac{8}{12} \div \frac{2}{3}$
 $= \frac{3}{4} - \frac{8}{12} \times \frac{3}{2}$
 $= \frac{3}{4} - 1$
 $= -\frac{1}{4}$

(3) $\sqrt{32} - \frac{4}{\sqrt{2}} + \sqrt{18}$
 $= 4\sqrt{2} - 2\sqrt{2} + 3\sqrt{2}$
 $= 5\sqrt{2}$

(4) $\begin{cases} 7x + 2y = 33 & \dots\dots \textcircled{1} \\ 4x + 5y = 15 & \dots\dots \textcircled{2} \end{cases}$
 $\begin{array}{r} 35x + 10y = 165 \\ -) 8x + 10y = 30 \\ \hline 27x \qquad = 135 \end{array}$

$$x = 5$$

$x = 5$ を $\textcircled{1}$ に代入すると $7 \times 5 + 2y = 33$

$$y = -1$$

よって $x = 5, y = -1$

(5) P, Q を通り ℓ に平行な直線をそれぞれ n, n' とする。

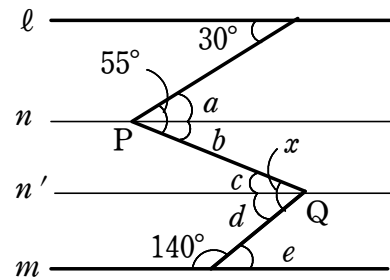
右の図において, $\ell // n$ より, 錯角は等しいから

$$\angle a = 30^\circ$$

よって $30^\circ + \angle b = 55^\circ$

$$\angle b = 25^\circ$$

$$\begin{aligned}
 n \parallel n' \text{ より } \quad \angle c &= \angle b = 25^\circ \\
 \text{また } \quad \angle e &= 180^\circ - 140^\circ = 40^\circ \\
 n' \parallel m \text{ より } \quad \angle d &= 40^\circ \\
 \text{したがって } \quad \angle x &= \angle c + \angle d \\
 &= 25^\circ + 40^\circ \\
 &= 65^\circ
 \end{aligned}$$



2. $x - y$ を M とおくと

$$\begin{aligned}
 (x - y)^2 - 4(x - y) + 4 &= M^2 - 4M + 4 \\
 &= (M - 2)^2 \\
 &= (x - y - 2)^2
 \end{aligned}$$

3.

(1) 2 m のリボンから x cm のリボンを 2 本切り取ったときの残りの長さを y cm とする。

y を x の式で表すと

$$y = 200 - x \times 2$$

$$y = -2x + 200$$

よって、 y は x の 1 次関数である。

(2) 底辺が 1 cm, 高さが x cm の三角形の面積を y cm² とする。

y を x の式で表すと

$$y = \frac{1}{2} \times 1 \times x$$

$$y = \frac{1}{2}x$$

よって、 y は x の 1 次関数である。

注意 比例は 1 次関数の特別な場合である。

(3) 30 km の道のりを、時速 x km で走ったときにかかる時間を y 時間とする。

y を x の式で表すと

$$y = \frac{30}{x}$$

よって、 y は x の 1 次関数でない。

4. $282000 \div 807100 \times 100$

$$= 34.9$$

5. 底面積は

$$\pi \times 5^2 = 25\pi \text{ (cm}^2\text{)}$$

側面となるおうぎ形の半径は、円錐の母線の長さに等しく 9 cm

また、おうぎ形の弧の長さは、底面の円周の長さに等しいから

$$2\pi \times 5 = 10\pi \text{ (cm)}$$

よって、側面積は

$$\frac{1}{2} \times 10\pi \times 9 = 45\pi (\text{cm}^2)$$

したがって、表面積は

$$25\pi + 45\pi = 70\pi (\text{cm}^2)$$

2 [解答] 1. (1) $x = \frac{-3 \pm \sqrt{17}}{4}$ (2) $\frac{24}{5}$ cm 2. $\frac{7}{36}$ 3. 略

4. 兄 7500 円, 弟 5000 円

配点1~4: 4点×4

1.(1) $2x^2 + 3x = 1$

$$2x^2 + 3x - 1 = 0$$

よって $x = \frac{-3 \pm \sqrt{3^2 - 4 \times 2 \times (-1)}}{2 \times 2}$
 $= \frac{-3 \pm \sqrt{17}}{4}$

(2) $\triangle ABD$ において $AB : EF = DB : DF = 5 : 3$

$$8 : EF = 5 : 3$$

$$5EF = 24$$

$$EF = \frac{24}{5}$$

よって $EF = \frac{24}{5}$ cm

2. さいころの出た目の数と、点 P, Q の位置は、次の表のようになる。

大	P の位置	小	Q の位置
1	B	1	C
2	C	2	D
3	D	3	E
4	E	4	A
5	A	5	B
6	B	6	C

さいころの目の出方は全部で $6 \times 6 = 36$ (通り)

2点 P, Q がともに A で止まる場合は

(5, 4) の 1 通り。

2点 P, Q がともに B で止まる場合は

(1, 5), (6, 5) の 2 通り。

2点 P, Q がともに C で止まる場合は

(2, 1), (2, 6) の 2 通り。

2点 P, Q がともに D で止まる場合は

(3, 2) の 1 通り。

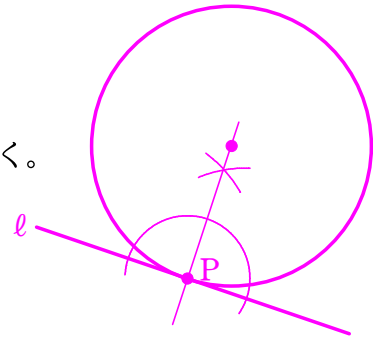
2点 P, Q がともに E で止まる場合は

(4, 3)の1通り。

よって、2点 P, Q が同じ頂点で止まる場合は $1+2+2+1+1=7$ (通り)

したがって、求める確率は $\frac{7}{36}$

3. ① 点 P を中心とする円をかき、直線 l との交点をそれぞれ A, B とする。
- ② 2点 A, B をそれぞれ中心として、等しい半径の円をかき、その交点の1つを C とし、直線 PC をひく。
- ③ 直線 PC 上に点 O をとり、O を中心として半径 OP の円をかき、このとき、円 O は、点 P で直線 l に接する。



4. 兄が最初に持っていた金額を x 円, 弟が最初に持っていた金額を y 円とすると

$$\begin{cases} \frac{1}{2}x + \frac{1}{4}y = 5000 \\ \frac{1}{2}x = \frac{3}{4}y \end{cases}$$

この連立方程式を解くと $x=7500, y=5000$

$x=7500, y=5000$ は問題に適している。

答 兄 7500 円, 弟 5000 円

3 解答 I 1. 範囲：16 平均値：75点 2. 誤っている点数：72点 訂正後の点数：67点

II 1. 12通り 2. $\frac{5}{12}$ 配点 I -1：3点×2 2. 4点（完答） II -1.2：4点×2

I 1. 範囲は（最大値）－（最小値）で求めることができるので、

$$84 - 68 = 16$$

平均値は

$$\frac{72 + 84 + 81 + 70 + 68}{5}$$

$$= 75$$

2. 訂正前の5人の合計点数は $72 + 84 + 81 + 70 + 68 = 375$ 点

平均点が74点になるから合計点数は370点で5点低くなる。

また、中央値が70点になるので、72, 84, 81のどれかが誤っていることになる。

中央値が70になるためには、 $72 - 5 = 67$ 点の時である。

よって、誤っている点数は72点で、訂正後の点数は67点である。

II 1. 取り出し方は（1回目, 2回目）で並べると

（赤, 青）（赤, 黄）（赤, 白）（青, 赤）（青, 黄）（青, 白）（黄, 赤）

（黄, 青）（黄, 白）（白, 赤）（白, 青）（白, 黄）

の12通り

2. 全ての取り出し方を考えていく。

（赤, 青） $= 1 + 2 = 3$ （赤, 黄） $= 1 + 3 = 4$ （赤, 白） $= 1 + 4 = 5$

（青, 赤） $= 2 - 1 = 1$ （青, 黄） $= 2 - 3 = -1$ （青, 白） $= 2 - 4 = -2$

（黄, 赤） $= 3 \times 1 = 3$ （黄, 青） $= 3 \times 2 = 6$ （黄, 白） $= 3 \times 4 = 12$

（白, 赤） $= 4 \div 1 = 4$ （白, 青） $= 4 \div 2 = 2$ （白, 黄） $= 4 \div 3 = 1.3\dots$

以上より、答えが4以上になるのは5通りあるので求める確率は

$$\frac{5}{12}$$

4 [解答] 1. (2, 8) 2. $y = -3x + 6$ 3. $(\frac{30}{7}, 0)$ 4. $\frac{18}{5}$

配点： 1~3 : 4点 4 : 5点

1. 点Dは直線 l と m の交点だから2つの直線の連立方程式を解く。

$$\begin{cases} y = x + 6 \\ y = -2x + 12 \end{cases} \text{を解くと, } x = 2, y = 8 \text{だから}$$

点Dの座標は (2, 8)

2. $\triangle ACD$ の面積を求める。 $\triangle ACD$ の面積を二等分する直線と x 軸の交点をFとする。
 $\triangle ABF$ の面積も求めることができる。

$$\triangle ACD = \frac{1}{2} \times 12 \times 8 = 48$$

よって, $\triangle ABF = 48 \div 2 = 24$ となればよい。OB=6だから

$$\triangle ABF = \frac{1}{2} \times AF \times 6 = 24$$

AF=8となる。したがって, F (2, 0) となる。

よって求める直線の式は $y = ax + b$ にF (2, 0), B (0, 6) を代入すると

$$a = -3 \text{となるので, 求める直線の式は } y = -3x + 6$$

3. 点Pの座標を $(t, 0)$ とおくと点Qの座標は $(t, -2t + 12)$ となり,
点Tの座標は $(t, t + 6)$ となる。

$$\text{TQの長さは } (t + 6) - (-2t + 12) = 3t - 6$$

$$\text{QPの長さは } (-2t + 12) - 0 = -2t + 12$$

よって,

$$(3t - 6) : (-2t + 12) = 2 : 1 \text{だから}$$

$$2(-2t + 12) = 3t - 6$$

$$-4t + 24 = 3t - 6$$

$$t = \frac{30}{7}$$

4. 点Pの座標を $(s, 0)$ とおき, 点Rの座標を求める。

y 座標は $-2s + 12$ だから直線 l に代入して, $-2s + 12 = x + 6$

$$x = -2s + 6$$

これより, QRの長さは $s - (-2s + 6) = 3s - 6$

PQ=QRとなるので,

$$-2s + 12 = 3s - 6$$

$$s = \frac{18}{5}$$

5 解答 I 略 II 1. 2cm 2. 8cm 3. $\frac{6}{7}$ 倍 配点 I : 5点 II 1, 2 : 4点×2 3 : 5点

I (証明)

$\triangle ADP$ と $\triangle AEQ$ で、 AD と AE は同じ大きさの正方形の辺なので、

$$AD = AE \dots \textcircled{1}$$

①から $\triangle AED$ は二等辺三角形になるので、

$$\angle ADP = \angle AEQ \dots \textcircled{2}$$

また、 $\angle PAD = 90^\circ - \angle PAQ$ 、 $\angle QAE = 90^\circ - \angle PAQ$ より、

$$\angle PAD = \angle QAE \dots \textcircled{3}$$

①, ②, ③より、

1組の辺と両端の角がそれぞれ等しいので、 $\triangle ADP \equiv \triangle AEQ$

よって、対応する辺の長さは等しいの $AP = AQ$

(証明・終)

II 1. $\angle DAE = \angle BAE$ で、

$AD \parallel BC$ より

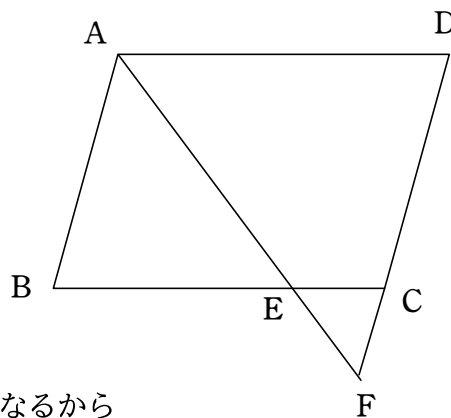
$\angle DAE = \angle BEA$ (平行線の錯角)

よって、 $\angle BAE = \angle BEA$ となり

$\triangle BAE$ は二等辺三角形になる。

$AB = 6\text{cm}$ だから $BE = 6\text{cm}$ で $BC = 8\text{cm}$ だから

$$EC = 2\text{cm}$$



2. 1と同様に考えると

$\triangle ADF$ は二等辺三角形でかつ、 $\angle DAF = 60^\circ$ になるから

$\triangle ADF$ は正三角形になる。

よって、 $AF = 8\text{cm}$

3. 右の図のように OE を結ぶ。

$$BG : GD = 3 : 4$$

$$BO : OD = 1 : 1$$

これより、 $BG : GO : OD = 6 : 1 : 7$

$\triangle OGE$ の面積を a とおくと

$\triangle GBE = 6a$ となる。また、 $BE : EC = 3 : 1$ だから

$\triangle OEC = \frac{7}{3}a$ となる。さらに、 $AG : GE = 4 : 3$ だから

$$\triangle AGO = \frac{4}{3}a$$

また、 $AE : EF = 3 : 1$ だから $\triangle CEF = \frac{14}{9}a$

よって、

$$\frac{4}{3}a \div \frac{14}{9}a = \frac{6}{7}$$

