

いろいろな計算③ 解答と解説

1 [解答] $a=5, 6, 7, 8, 9, 10$

$$2=\sqrt{4}, 3.2=\sqrt{3.2^2}=\sqrt{10.24} \text{ であるから } \sqrt{4}<\sqrt{a}<\sqrt{10.24}$$

$$\text{すなわち } 4<a<10.24$$

したがって、条件を満たす自然数 a は $a=5, 6, 7, 8, 9, 10$

2 [解答] (1) $5-2\sqrt{3}$ (2) $32-6\sqrt{14}$ (3) $-12+12\sqrt{3}$ (4) $-180+80\sqrt{6}$

$$(1) \sqrt{1}<\sqrt{3}<\sqrt{4} \text{ であるから } 1<\sqrt{3}<2$$

$$\text{よって } a=1, b=\sqrt{3}-1$$

$$\begin{aligned} \text{ゆえに } a^2+b^2 &= 1^2+(\sqrt{3}-1)^2 \\ &= 1+(3-2\sqrt{3}+1) \\ &= 5-2\sqrt{3} \end{aligned}$$

$$(2) \sqrt{9}<\sqrt{14}<\sqrt{16} \text{ であるから } 3<\sqrt{14}<4$$

$$\text{よって } a=3, b=\sqrt{14}-3$$

$$\begin{aligned} \text{ゆえに } a^2+b^2 &= 3^2+(\sqrt{14}-3)^2 \\ &= 9+(14-6\sqrt{14}+9) \\ &= 32-6\sqrt{14} \end{aligned}$$

$$(3) \sqrt{9}<\sqrt{12}<\sqrt{16} \text{ であるから } 3<\sqrt{12}<4$$

$$\text{よって } a=3, b=\sqrt{12}-3$$

$$\begin{aligned} \text{ゆえに } a^2-b^2 &= 3^2-(\sqrt{12}-3)^2 \\ &= 9-(12-6\sqrt{12}+9) \\ &= -12+6\sqrt{12} \\ &= -12+12\sqrt{3} \end{aligned}$$

$$(4) \sqrt{4}<\sqrt{6}<\sqrt{9} \text{ であるから } 2<\sqrt{6}<3$$

$$\text{よって } a=2, b=\sqrt{6}-2$$

$$\begin{aligned} \text{ゆえに } a^4-b^4 &= (a^2+b^2)(a^2-b^2) = \{2^2+(\sqrt{6}-2)^2\}\{2^2-(\sqrt{6}-2)^2\} \\ &= \{4+(6-4\sqrt{6}+4)\}\{4-(6-4\sqrt{6}+4)\} \\ &= (14-4\sqrt{6})(-6+4\sqrt{6}) \\ &= -84+56\sqrt{6}+24\sqrt{6}-96 \\ &= -180+80\sqrt{6} \end{aligned}$$