

式の計算（図形の性質の証明）解答と解説

1 解答 略

道の面積は、縦が $(p+2a)$ m、横が $(q+2a)$ m の長方形の面積から、縦が p m、横が q m の長方形の面積をひいたものである。

$$\begin{aligned} \text{よって} \quad S &= (p+2a)(q+2a) - pq \\ &= (pq + 2ap + 2aq + 4a^2) - pq \\ &= 2ap + 2aq + 4a^2 \quad \dots\dots \textcircled{1} \end{aligned}$$

道の中央を通る長方形の縦は $(p+a)$ m、横は $(q+a)$ m であるから

$$\begin{aligned} \ell &= 2(p+a) + 2(q+a) \\ &= 2p + 2q + 4a \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} \text{よって} \quad a\ell &= a\{2p + 2q + 4a\} \\ &= 2ap + 2aq + 4a^2 \quad \dots\dots \textcircled{2} \end{aligned}$$

$$\textcircled{1}, \textcircled{2} \text{ から} \quad S = a\ell$$

2 解答 略

道の面積は、縦が $(a+2c)$ m、横が $(b+2c)$ m の長方形の面積から、縦が a m、横が b m の長方形の面積をひいたものである。

$$\begin{aligned} \text{よって} \quad S &= (a+2c)(b+2c) - ab \\ &= ab + 2ac + 2bc + 4c^2 - ab \\ &= 2ac + 2bc + 4c^2 \end{aligned}$$

道の中央を通る長方形の縦は $(a+c)$ m、横は $(b+c)$ m であるから

$$\begin{aligned} \ell &= 2(a+c) + 2(b+c) \\ &= 2a + 2b + 4c \end{aligned}$$

$$\text{よって} \quad c\ell = 2ac + 2bc + 4c^2$$

$$\text{したがって} \quad S = c\ell$$

3 解答 略

道の面積は、1辺の長さが $(p+2a)$ m の正方形の面積から、1辺の長さが p m の正方形と1辺の長さが a m の4つの正方形の面積をひき、半径が a m の円の面積を加えたものである。

$$\begin{aligned} \text{よって} \quad S &= (p+2a)^2 - (p^2 + 4a^2) + \pi \times a^2 \\ &= 4ap + \pi a^2 \quad \dots\dots \textcircled{1} \end{aligned}$$

白線は、1辺の長さが p m の正方形の周と半径が $\frac{a}{2}$ m の円周の長さの和に等しいから

$$\begin{aligned} \ell &= 4p + 2\pi \times \frac{a}{2} \\ &= 4p + \pi a \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} \text{よって} \quad a\ell &= a(4p + \pi a) \\ &= 4ap + \pi a^2 \quad \dots\dots \textcircled{2} \end{aligned}$$

$$\textcircled{1}, \textcircled{2} \text{ から} \quad S = a\ell$$