テスト対策プリント（三平方の定理）　解答と解説

1 解答　(1) $x=10$　(2) $x=12$　(3) $x=6$　(4) $x=2\sqrt{7}$　(5) $x=3$　(6) $x=2\sqrt{3}$

三平方の定理を用いる。

(1) $8^2+6^2=x^2$

$x^2=100$

$x>0$ であるから　$x=10$

(2) $5^2+x^2=13^2$

$x^2=144$

$x>0$ であるから　$x=12$

(3) $x^2+5^2=(\sqrt{61})^2$

$x^2=36$

$x>0$ であるから　$x=6$

(4) $x^2+6^2=8^2$

$x^2=28$

$x>0$ であるから　$x=2\sqrt{7}$

(5) $(\sqrt{7})^2+x^2=4^2$

$x^2=9$

$x>0$ であるから　$x=3$

(6) $(\sqrt{6})^2+x^2=(3\sqrt{2})^2$

$x^2=12$

$x>0$ であるから　$x=2\sqrt{3}$

2 解答　(1) $x=6$　(2) $x=4\sqrt{2}$　(3) $x=5$

(1) $x^2+8^2=10^2$

$x^2=36$

$x>0$ であるから　$x=6$

(2) $2^2+x^2=6^2$

$x^2=32$

$x>0$ であるから　$x=4\sqrt{2}$

(3) $x^2+(\sqrt{7})^2=(4\sqrt{2})^2$

$x^2=25$

$x>0$ であるから　$x=5$

3 解答　(1) $x=2\sqrt{5}$　(2) $x=3\sqrt{5}$　(3) $x=2\sqrt{17}$

(1) BD$=a$ cm とおく。

直角三角形 ABD において

$3^2+4^2=a^2$

$a^2=25$

直角三角形 BCD において

$(\sqrt{5})^2+x^2=a^2$

$a^2=25$ であるから　$x^2=20$

$x>0$ であるから　$x=2\sqrt{5}$

(2) BC$=a$ cm とおく。

直角三角形 ABC において

$4^2+5^2=a^2$

$a^2=41$

直角三角形 BCD において

$a^2+2^2=x^2$

$a^2=41$ であるから　$x^2=45$

$x>0$ であるから　$x=3\sqrt{5}$

(3) AB$=a$ cm とおく。

直角三角形 ABD において

$2^2+a^2=6^2$

$a^2=32$

直角三角形 ABC において

$(2+4)^2+a^2=x^2$

$a^2=32$ であるから　$x^2=68$

$x>0$ であるから　$x=2\sqrt{17}$

4 解答 (1) $x=2,\ y=2\sqrt{2}$　(2) $x=2\sqrt{2},\ y=2\sqrt{2}$　(3) $x=4,\ y=2\sqrt{3}$
(4) $x=2\sqrt{3},\ y=4\sqrt{3}$

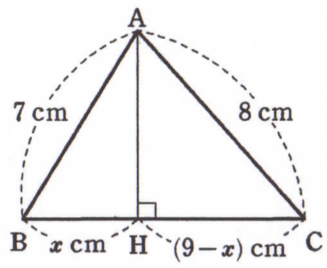
(1) $x:2:y=1:1:\sqrt{2}$ が成り立っている。
$x:2=1:1$ から $x=2$
$2:y=1:\sqrt{2}$ から $y=2\sqrt{2}$

(2) $x:y:4=1:1:\sqrt{2}$ が成り立っている。
$x:4=1:\sqrt{2}$ から $x=2\sqrt{2}$
$x:4=1:\sqrt{2}$ から $y=2\sqrt{2}$

(3) $2:x:y=1:2:\sqrt{3}$ が成り立っている。
$2:x=1:2$ から $x=4$
$2:y=1:\sqrt{3}$ から $y=2\sqrt{3}$

(4) $x:y:6=1:2:\sqrt{3}$ が成り立っている。
$x:6=1:\sqrt{3}$ から $x=2\sqrt{3}$
$y:6=2:\sqrt{3}$ から $y=4\sqrt{3}$

5 解答 $\dfrac{8\sqrt{5}}{3}$ cm



$BH=x$ cm とする。
直角三角形 ABH において，三平方の定理より
$$x^2+AH^2=7^2$$
よって　$AH^2=7^2-x^2$ ……①
直角三角形 ACH において，三平方の定理より
$$(9-x)^2+AH^2=8^2$$
よって　$AH^2=8^2-(9-x)^2$ ……②
①，②より　$7^2-x^2=8^2-(9-x)^2$
これを解いて　$x=\dfrac{11}{3}$
①より　$AH^2=7^2-\left(\dfrac{11}{3}\right)^2=\dfrac{320}{9}$
$AH>0$ であるから　$AH=\sqrt{\dfrac{320}{9}}=\dfrac{8\sqrt{5}}{3}$ (cm)

6 解答 (1) $2\sqrt{21}$ cm^2　(2) $4\sqrt{33}$ cm^2

(1) 点 A から辺 BC にひいた垂線と BC の交点を H とすると，H は辺 BC の中点で
$BH=2$
直角三角形 ABH において，三平方の定理により　$2^2+AH^2=5^2$
よって　$AH^2=5^2-2^2=21$
$AH>0$ であるから　$AH=\sqrt{21}$
したがって，$\triangle ABC$ の面積は　$\dfrac{1}{2}\times4\times\sqrt{21}=2\sqrt{21}$ (cm^2)

(2) 点 A から辺 BC にひいた垂線と BC の交点を H とすると，H は辺 BC の中点で
$BH=4$
直角三角形 ABH において，三平方の定理により　$4^2+AH^2=7^2$
よって　$AH^2=7^2-4^2=33$
$AH>0$ であるから　$AH=\sqrt{33}$
したがって，$\triangle ABC$ の面積は　$\dfrac{1}{2}\times8\times\sqrt{33}=4\sqrt{33}$ (cm^2)

7 解答 $x=3\sqrt{6}$

直角三角形 ABC において，$AB:BC=2:\sqrt{3}$ であるから
$$BC=\frac{\sqrt{3}}{2}AB=\frac{\sqrt{3}}{2}\times12=6\sqrt{3}$$
直角三角形 BDC において，$x:BC=1:\sqrt{2}$ であるから
$$x=\frac{1}{\sqrt{2}}BC=\frac{1}{\sqrt{2}}\times6\sqrt{3}=3\sqrt{6}$$

8 解答 (1) $x=4\sqrt{5}$ (2) $x=\sqrt{11}$ (3) $x=10$

(1) 中心 O から，弦 AB にひいた垂線と AB との交点を H とする。

$\triangle$OAH において，三平方の定理により $AH^2+4^2=6^2$

よって $AH^2=6^2-4^2=20$

$AH>0$ であるから $AH=2\sqrt{5}$

したがって $x=2\sqrt{5}\times2=4\sqrt{5}$

(2) 中心 O から，弦 AB にひいた垂線と AB との交点を H とすると

$$AH=10\times\frac{1}{2}=5$$

$\triangle$OAH において，三平方の定理により $5^2+x^2=6^2$

よって $x^2=6^2-5^2=11$

$x>0$ であるから $x=\sqrt{11}$

(3) 円の接線は，接点を通る半径に垂直であるから，$\triangle$OAB は $\angle B=90°$ の直角三角形である。

よって，三平方の定理により $x^2=6^2+8^2=100$

$x>0$ であるから $x=10$

9 解答 (1) $\sqrt{5}$ (2) $2\sqrt{13}$

(1) x 座標の差は 2，y 座標の差は 1 であるから

$$OP^2=2^2+1^2=5$$

$OP>0$ であるから $OP=\sqrt{5}$

よって，2 点 O，P 間の距離は $\sqrt{5}$

(2) x 座標の差は $5-1=4$，y 座標の差は $4-(-2)=6$ であるから

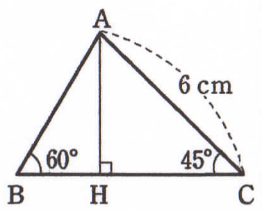
$$AB^2=4^2+6^2=52$$

$AB>0$ であるから $AB=2\sqrt{13}$

よって，2 点 A，B 間の距離は $2\sqrt{13}$

10 解答 (1) $(3\sqrt{3}+9)$ cm² (2) $(48-16\sqrt{3})$ cm²

(1) 点 A から辺 BC にひいた垂線と BC との交点を H とする。



$\triangle$AHC において，$AH:HC:CA=1:1:\sqrt{2}$ であるから

$$AH=6\times\frac{1}{\sqrt{2}}=3\sqrt{2}$$

$$HC=AH=3\sqrt{2}$$

$\triangle$ABH において，$BH:AH=1:\sqrt{3}$ であるから

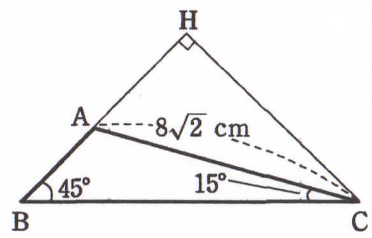
$$BH=3\sqrt{2}\times\frac{1}{\sqrt{3}}=\sqrt{6}$$

よって $BC=\sqrt{6}+3\sqrt{2}$

したがって，$\triangle$ABC の面積は

$$\frac{1}{2}\times(\sqrt{6}+3\sqrt{2})\times3\sqrt{2}=3\sqrt{3}+9\,(\text{cm}^2)$$

(2) 点 C から直線 BA にひいた垂線と BA との交点を H とすると



$$\angle HAC=45°+15°=60°$$

したがって，$\triangle$ACH において，

$HA:AC:CH=1:2:\sqrt{3}$ であるから

$$HA=8\sqrt{2}\times\frac{1}{2}=4\sqrt{2}$$

$$CH=8\sqrt{2}\times\frac{\sqrt{3}}{2}=4\sqrt{6}$$

$\triangle$BCH において，$HB:CH=1:1$ であるから

$$HB=CH=4\sqrt{6}$$

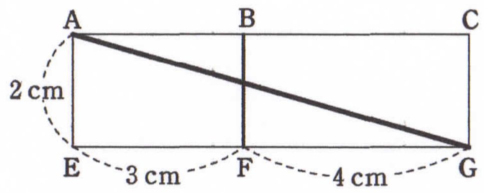
よって $AB=4\sqrt{6}-4\sqrt{2}$

したがって，$\triangle$ABC の面積は

$$\frac{1}{2}\times(4\sqrt{6}-4\sqrt{2})\times4\sqrt{6}=48-16\sqrt{3}\,(\text{cm}^2)$$

11 解答 $\sqrt{53}$ cm

線分 AP と PG の長さの和が最小となるのは，右の図のような展開図の一部において，3 点 A，P，G が一直線上にあるときである。



このとき，AP+PG は線分 AG の長さと等しくなる。

直角三角形 AEG において

$$AG^2=AE^2+EG^2=2^2+7^2=53$$

$AG>0$ であるから $AG=\sqrt{53}$

したがって，求める長さは $\sqrt{53}$ cm

12 解答 (1) $2\sqrt{5}$ cm　(2) $10\sqrt{5}$ cm²

(1) A から辺 BC にひいた垂線を AH とする。

このとき，四角形 AHCD は長方形になるから

$AH=7-3=4$ (cm)

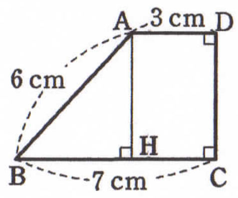
よって，△ABH において

$4^2+AH^2=6^2$

$AH^2=20$

$AH>0$ であるから　$AH=2\sqrt{5}$

したがって，台形の高さは　$2\sqrt{5}$ cm



(2) $\frac{1}{2}\times(3+7)\times2\sqrt{5}=10\sqrt{5}$ (cm²)

13 解答 $\frac{5\sqrt{11}}{6}$ cm

△AEG は直角三角形であるから

$AG^2=AE^2+EG^2$ …… ①

△EFG も直角三角形であるから

$EG^2=EF^2+FG^2$ …… ②

①，② から

$AG^2=AE^2+EF^2+FG^2=3^2+4^2+(\sqrt{11})^2=36$

$AG>0$ であるから　$AG=\sqrt{36}=6$

△AEF は直角三角形であるから

$AF^2=AE^2+EF^2=3^2+4^2=25$

$AF>0$ であるから　$AF=\sqrt{25}=5$

△AFG の面積について

$\frac{1}{2}\times AG\times FP=\frac{1}{2}\times AF\times FG$

$\frac{1}{2}\times6\times FP=\frac{1}{2}\times5\times\sqrt{11}$

したがって　$FP=\frac{5\sqrt{11}}{6}$ cm

14 解答 (1) 5 cm　(2) 2 cm

(1) $AP=x$ cm とすると　$PD=9-x$

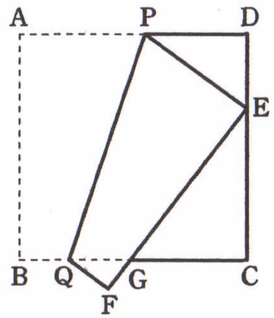
また　$PE=AP=x$

△PED において　$(9-x)^2+3^2=x^2$

これを解いて　$x=5$

よって　$AP=5$ cm

(2) 正方形 ABCD を折り返したとき，B が移った点を F とし，EF と QC の交点を G とする。



△PED と △EGC において

$\angle PDE=\angle ECG=90^\circ$ …… ①

△PED において

$\angle DPE+\angle PED=90^\circ$ …… ②

$\angle PEG=90^\circ$ であるから

$\angle CEG+\angle PED=90^\circ$ …… ③

②，③ から　$\angle DPE=\angle CEG$ …… ④

①，④ より，2 組の角がそれぞれ等しいから

$\triangle PED \backsim \triangle EGC$

したがって　$EG:GC:CE=5:3:4$

$CE=9-3=6$ であるから　$EG=6\times\frac{5}{4}=\frac{15}{2}$,　$GC=6\times\frac{3}{4}=\frac{9}{2}$

$EF=9$ であるから　$GF=9-\frac{15}{2}=\frac{3}{2}$

ここで，$BQ=y$ cm とすると　$QF=y$,　$QG=9-\left(y+\frac{9}{2}\right)=\frac{9}{2}-y$

△QFG において　$y^2+\left(\frac{3}{2}\right)^2=\left(\frac{9}{2}-y\right)^2$

これを解いて　$y=2$

よって　$BQ=2$ cm