

式の展開と因数分解⑩ (解答と解説)

1 [解答] (1) $5x^2 - 3x$ (2) $x^2 - 4x - 12$ (3) $x^2 + x + \frac{1}{4}$ (4) $9x^2 - 27x + 14$

(5) $16p^2 + 25q^2 - 6r^2 - 40pq + 5qr - 4rp$ (6) $a^2 + b^2 + 2ab + 6a + 6b + 9$

(1) $x(2x - 1) - (6x^2 - 9x^3) \div 3x = 2x^2 - x - (2x - 3x^2)$
 $= 2x^2 - x - 2x + 3x^2$
 $= 5x^2 - 3x$

(2) $(x+2)(x-6) = x^2 + \{2 + (-6)\}x + 2 \times (-6)$
 $= x^2 - 4x - 12$

(3) $(x + \frac{1}{2})^2 = x^2 + 2 \times \frac{1}{2} \times x + (\frac{1}{2})^2$
 $= x^2 + x + \frac{1}{4}$

(4) $(3x - 7)(3x - 2) = (3x)^2 + (-7 - 2) \times 3x + (-7) \times (-2)$
 $= 9x^2 - 27x + 14$

(5) $(4p - 5q + 2r)(4p - 5q - 3r) = \{(4p - 5q) + 2r\} \{(4p - 5q) - 3r\}$
 $= (4p - 5q)^2 - r(4p - 5q) - 6r^2$
 $= 16p^2 - 40pq + 25q^2 - 4rp + 5qr - 6r^2$
 $= 16p^2 + 25q^2 - 6r^2 - 40pq + 5qr - 4rp$

(6) $(a + b + 3)^2 = \{(a + b) + 3\}^2$
 $= (a + b)^2 + 2(a + b) \times 3 + 3^2$
 $= a^2 + 2ab + b^2 + 6a + 6b + 9$
 $= a^2 + b^2 + 2ab + 6a + 6b + 9$

2 [解答] (1) $(x - 2)(x - 10)$ (2) $(p + 2)(p - 15)$ (3) $(x - 2)^2$ (4) $b(a + 3)(a - 3)$
(5) $(a + 9b + 10)(a - 9b + 10)$ (6) $(a - 4b + 1)(a - 9b + 1)$

(1) $x^2 - 12x + 20 = (x - 2)(x - 10)$

(2) $p^2 - 13p - 30 = (p + 2)(p - 15)$

(3) $x^2 - 4x + 4 = x^2 - 2 \times 2 \times x + 2^2$
 $= (x - 2)^2$

(4) $a^2b - 9b = b(a^2 - 9)$
 $= b(a^2 - 3^2)$

$$= b(a + 3)(a - 3)$$

(5) $a^2 + 20a + 100 - 81b^2 = (a^2 + 20a + 100) - 81b^2$
 $= (a + 10)^2 - (9b)^2$
 $= \{(a + 10) + 9b\} \{(a + 10) - 9b\}$
 $= (a + 9b + 10)(a - 9b + 10)$

(6) $(a + 1)^2 - 13(a + 1)b + 36b^2 = \{(a + 1) - 4b\} \{(a + 1) - 9b\}$
 $= (a - 4b + 1)(a - 9b + 1)$

3 [解答] (予想) 小さい方の奇数の2乗になる (証明) 略

$$1 \times 3 - 1 \times 2 = 1, 3 \times 5 - 3 \times 2 = 9, 5 \times 7 - 5 \times 2 = 25$$

よって、連続する2つの奇数において、2つの奇数の積から小さい方の奇数の2倍をひいた数は、小さい方の奇数の2乗になることが予想される。

(証明) n を整数として、連続する2つの奇数を $2n + 1$, $2n + 3$ で表す。

このとき $(2n + 1)(2n + 3) - 2(2n + 1) = (4n^2 + 8n + 3) - 4n - 2$
 $= 4n^2 + 4n + 1$
 $= (2n + 1)^2$

$(2n + 1)^2$ は小さい方の奇数の2乗であるから、予想が正しいことが証明された。

4 [解答] 略

横に隣り合って並んでいる3つの数は、中央の数を n とすると、 $n - 4$, n , $n + 4$ と表される。中央の数の2乗から残りの数の積をひくと、

$$n^2 - (n - 4)(n + 4) = n^2 - (n^2 - 4^2)$$

$$= n^2 - n^2 + 4^2$$

$$= 16$$

となり、どのような n についても16になる。

よって、中央の数の2乗から残りの数の積をひくと、どのような場合にも16となる。