

1 **解答** ①, ③

方程式を $ax^2+bx+c=0$ の形に整理すると

①は $x^2+x-2=0$ ②は $x+1=0$ ③は $3x^2-5=0$

よって, 2次方程式は ①, ③

2 **解答** ①, ③, ④, ⑥

① $x=4$ のとき $x^2=4^2=16$

よって, $x^2=16$ が成り立つ。

② $x=4$ のとき $x^2+4x=4^2+4 \times 4=32$

よって, $x^2+4x=36$ は成り立たない。

③ $x=4$ のとき $(x+1)(x-3)=(4+1) \times (4-3)=5$

よって, $(x+1)(x-3)=5$ が成り立つ。

④ $x=4$ のとき $(3x-4)^2=(3 \times 4-4)^2=64$

$x=4$ のとき $12(x+2)-8=12 \times (4+2)-8=64$

よって, $(3x-4)^2=12(x+2)-8$ が成り立つ。

⑤ $x=4$ のとき $x(2x-1)=4 \times (2 \times 4-1)=28$

$x=4$ のとき $(x-6)(x+8)=(4-6) \times (4+8)=-24$

よって, $x(2x-1)=(x-6)(x+8)$ は成り立たない。

⑥ $x=4$ のとき $(x+1)^2=(4+1)^2=25$

$x=4$ のとき $x^2+(x-1)^2=4^2+(4-1)^2=25$

よって, $(x+1)^2=x^2+(x-1)^2$ が成り立つ。

したがって, $x=4$ が解であるものは ①, ③, ④, ⑥

3 **解答** (1) $x=\pm\sqrt{5}$ (2) $x=\pm 2\sqrt{2}$ (3) $x=\pm 3$ (4) $x=\pm\sqrt{2}$

(5) $x=\pm\frac{\sqrt{7}}{2}$

(1) $x^2=5$

x は5の平方根であるから $x=\pm\sqrt{5}$

(2) $2x^2=16$

両辺を2でわると $x^2=8$

$x=\pm\sqrt{8}$

よって $x=\pm 2\sqrt{2}$

(3) $x^2-9=0$

-9を移項すると $x^2=9$

よって

$x=\pm 3$

(4) $-3x^2+6=0$

$-3x^2=-6$

$x^2=2$

$x=\pm\sqrt{2}$

よって

$4x^2+1=8$

$4x^2=7$

$x^2=\frac{7}{4}$

$x=\pm\sqrt{\frac{7}{4}}$

$x=\pm\frac{\sqrt{7}}{2}$

よって

4 **解答** (1) $x = -2 \pm \sqrt{5}$ (2) $x = 7$, $x = -1$ (3) $x = -1 \pm \sqrt{2}$
 (4) $x = 10$, $x = 0$

(1) $(x+2)^2 = 5$

$x+2$ は 5 の平方根であるから

$$x+2 = \pm\sqrt{5}$$

よって $x = -2 \pm \sqrt{5}$

(2) $(x-3)^2 = 16$

$x-3$ は 16 の平方根であるから

$$x-3 = \pm 4$$

$$x = 3 \pm 4$$

$x=3+4$ から $x=7$, $x=3-4$ から $x=-1$

よって $x=7$, $x=-1$

(3) $(x+1)^2 - 2 = 0$

-2 を移項すると

$$(x+1)^2 = 2$$

$$x+1 = \pm\sqrt{2}$$

よって $x = -1 \pm \sqrt{2}$

(4) $(x-5)^2 - 25 = 0$

-25 を移項すると

$$(x-5)^2 = 25$$

$$x-5 = \pm 5$$

$$x = 5 \pm 5$$

$x=5+5$ から $x=10$, $x=5-5$ から $x=0$

よって $x=10$, $x=0$

5 **解答** (1) $x = \frac{-5 \pm \sqrt{33}}{4}$ (2) $x = \frac{5 \pm \sqrt{13}}{6}$ (3) $x = \frac{-1 \pm \sqrt{17}}{2}$

(4) $x = -1 \pm \sqrt{6}$ (5) $x = \frac{3 \pm \sqrt{7}}{2}$ (6) $x = \frac{-4 \pm \sqrt{10}}{3}$

(1) $2x^2 + 5x - 1 = 0$

解の公式により $x = \frac{-5 \pm \sqrt{5^2 - 4 \times 2 \times (-1)}}{2 \times 2}$

$$= \frac{-5 \pm \sqrt{33}}{4}$$

(2) $3x^2 - 5x + 1 = 0$

解の公式により $x = \frac{-(-5) \pm \sqrt{(-5)^2 - 4 \times 3 \times 1}}{2 \times 3}$

$$= \frac{5 \pm \sqrt{13}}{6}$$

(3) $x^2 + x - 4 = 0$

解の公式により $x = \frac{-1 \pm \sqrt{1^2 - 4 \times 1 \times (-4)}}{2 \times 1}$

$$= \frac{-1 \pm \sqrt{17}}{2}$$

(4) $x^2 + 2x - 5 = 0$

解の公式により $x = \frac{-2 \pm \sqrt{2^2 - 4 \times 1 \times (-5)}}{2 \times 1}$

$$= \frac{-2 \pm 2\sqrt{6}}{2}$$

$$= -1 \pm \sqrt{6}$$

(5) $2x^2 - 6x + 1 = 0$

解の公式により $x = \frac{-(-6) \pm \sqrt{(-6)^2 - 4 \times 2 \times 1}}{2 \times 2}$

$$= \frac{6 \pm 2\sqrt{7}}{4}$$

$$= \frac{3 \pm \sqrt{7}}{2}$$

(6) $3x^2 + 8x + 2 = 0$

解の公式により $x = \frac{-8 \pm \sqrt{8^2 - 4 \times 3 \times 2}}{2 \times 3}$

$$= \frac{-8 \pm 2\sqrt{10}}{6}$$

$$= \frac{-4 \pm \sqrt{10}}{3}$$

- 6 **解答** (1) $x = -3, x = 7$ (2) $x = 4, x = 9$ (3) $x = -8, x = 5$
 (4) $x = 0, x = -\frac{2}{3}$ (5) $x = \frac{3}{2}$ (6) $x = 1, x = 11$

(1) $x^2 - 4x - 21 = 0$

$$(x+3)(x-7) = 0$$

$$x+3=0 \text{ または } x-7=0$$

よって $x = -3, x = 7$

(2) $x^2 - 13x + 36 = 0$

$$(x-4)(x-9) = 0$$

$$x-4=0 \text{ または } x-9=0$$

よって $x = 4, x = 9$

(3) $x^2 + 3x - 40 = 0$

$$(x+8)(x-5) = 0$$

$$x+8=0 \text{ または } x-5=0$$

よって $x = -8, x = 5$

(4) $3x^2 + 2x = 0$

$$x(3x+2) = 0$$

$$x=0 \text{ または } 3x+2=0$$

よって $x = 0, x = -\frac{2}{3}$

(5) $4x^2 - 12x + 9 = 0$

$$(2x-3)^2 = 0$$

$$2x-3=0$$

よって $x = \frac{3}{2}$

(6) $-2x^2 + 24x - 22 = 0$

両辺を -2 でわると

$$x^2 - 12x + 11 = 0$$

$$(x-1)(x-11) = 0$$

$$x-1=0 \text{ または } x-11=0$$

よって $x = 1, x = 11$

- 7 **解答** (1) $x = 6, 8$ (2) $x = 4$ (3) $x = 2, \frac{5}{2}$ (4) $x = -3 + \sqrt{5}, \frac{3}{2} + \sqrt{5}$

(1) $(x-1)^2 - 12(x-1) + 35 = 0$

$x-1$ を M とおくと, 方程式は次のようになる。

$$M^2 - 12M + 35 = 0$$

$$(M-5)(M-7) = 0$$

よって $M = 5, 7$

すなわち $x-1=5$ または $x-1=7$

したがって $x = 6, 8$

(2) $(2x-3)^2 - 10(2x-3) + 25 = 0$

$2x-3$ を M とおくと, 方程式は次のようになる。

$$M^2 - 10M + 25 = 0$$

$$(M-5)^2 = 0$$

よって $M = 5$

すなわち $2x-3=5$

したがって $x = 4$

(3) $(2x-1)^2 - 7(2x-1) + 12 = 0$

$2x-1$ を M とおくと, 方程式は次のようになる。

$$M^2 - 7M + 12 = 0$$

$$(M-3)(M-4) = 0$$

よって $M = 3, 4$

すなわち $2x-1=3$ または $2x-1=4$

したがって $x = 2, \frac{5}{2}$

(4) $2(x-\sqrt{5})^2 + 3(x-\sqrt{5}) - 9 = 0$

$x-\sqrt{5}$ を M とおくと, 方程式は次のようになる。

$$2M^2 + 3M - 9 = 0$$

$$(M+3)(2M-3) = 0$$

よって $M = -3, \frac{3}{2}$

すなわち $x-\sqrt{5} = -3$ または $x-\sqrt{5} = \frac{3}{2}$

したがって $x = -3 + \sqrt{5}, \frac{3}{2} + \sqrt{5}$

8 **解答** $a = -20$, もう1つの解 $x = 4$

方程式に $x = -5$ を代入すると

$$(-5)^2 + (-5) + a = 0$$

$$25 - 5 + a = 0$$

よって $a = -20$

このとき, 方程式は

$$x^2 + x - 20 = 0$$

$$(x+5)(x-4) = 0$$

$$x+5=0 \text{ または } x-4=0$$

$$x = -5, x = 4$$

よって, もう1つの解は $x = 4$

9 **解答** (1) $x^2 - 12 = 2(x+6)$ (2) $x = -4, x = 6$ (3) $x = 6$

(1) x の2乗から12をひいた数は $x^2 - 12$

x に6を加えて2倍した数は $2(x+6)$

よって $x^2 - 12 = 2(x+6)$

$$(2) \quad x^2 - 12 = 2(x+6)$$

$$x^2 - 12 = 2x + 12$$

$$x^2 - 2x - 24 = 0$$

$$(x+4)(x-6) = 0$$

$$x = -4, x = 6$$

これらは, ともに問題に適している。

よって $x = -4, x = 6$

(3) -4 は自然数でないから, 問題に適していない。

6は適している。

よって $x = 6$

10 **解答** (1) 9 (2) 3と4と5 (3) ① $x+2$ ② 5と7

(4) 12と14と16

(1) 小さい方の数を x とおくと, 大きい方の数は $x+1$ と表されるから

$$x^2 = 8(x+1) + 1$$

これを解くと $x^2 - 8x - 9 = 0$

$$(x+1)(x-9) = 0$$

$$x = -1, 9$$

x は自然数であるから, $x = 9$ は問題に適するが, $x = -1$ は問題に適さない。 答 9

(2) もっとも小さい数を x とおくと, 中央の数は $x+1$, もっとも大きい数は $x+2$ と表されるから

$$(x+2)^2 = x^2 + (x+1)^2$$

$$\text{これを解くと } x^2 - 2x - 3 = 0$$

$$(x+1)(x-3) = 0$$

$$x = -1, 3$$

x は自然数であるから, $x = 3$ は問題に適するが, $x = -1$ は問題に適さない。

$x = 3$ のとき, 中央の数は 4, もっとも大きい数は 5

答 3と4と5

(3) ① $x+2$

② 小さい方の数を x とおくと, 大きい方の数は $x+2$ と表されるから

$$x^2 + (x+2)^2 = x(x+2) + 39$$

これを解くと $x^2 + 2x - 35 = 0$

$$(x-5)(x+7) = 0$$

$$x = 5, -7$$

x は正の奇数であるから, $x = 5$ は問題に適するが, $x = -7$ は問題に適さない。

$x = 5$ のとき, 大きい方の数は 7

答 5と7

(4) 中央の数を x とすると, もっとも小さい数は $x-2$, もっとも大きい数は $x+2$ と表されるから

$$(x-2)(x+2) = 192$$

これを解くと $x^2 - 4 = 192$

$$x^2 = 196$$

$$x = \pm 14$$

x は正の偶数であるから, $x = 14$ は問題に適するが, $x = -14$ は問題に適さない。

$x = 14$ のとき, もっとも小さい数は 12, もっとも大きい数は 16

答 12と14と16

11 解答 3 m

道幅を x m とすると

$$(15-x)(28-x)=300$$

$$\text{これを解くと } x^2-43x+120=0$$

$$(x-3)(x-40)=0$$

$$x=3, 40$$

$0 < x < 15$ であるから, $x=3$ は問題に適するが, $x=40$ は問題に適さない。 答 3 m

(道幅について $0 < x < 15$, $0 < x < 28$ これより $0 < x < 15$)

12 解答 (5-√5) 秒後と (5+√5) 秒後

点 P が A を出発してから x 秒後における

線分 PB の長さは $(20-2x)$ cm 線分 BQ の長さは x cm

$$\text{よって } \frac{1}{2} \times x \times (20-2x) = 20$$

$$\text{これを解くと } 10x - x^2 = 20$$

$$x^2 - 10x + 20 = 0$$

$$\text{解の公式により } x = \frac{-(-10) \pm \sqrt{(-10)^2 - 4 \times 1 \times 20}}{2 \times 1}$$

$$= 5 \pm \sqrt{5}$$

$0 \leq x \leq 10$ であるから, これらはともに問題に適している。

したがって (5-√5) 秒後と (5+√5) 秒後

13 解答 (1) $y = -2x + 8$ (2) $S = -x^2 + 4x$ (3) (2, 4)

(1) 直線 AB の傾きは $\frac{0-8}{4-0} = -2$, 切片は 8

よって, 直線 AB の式は $y = -2x + 8$

(2) $OQ = x$, $QP = y = -2x + 8$ であるから

$$S = \frac{1}{2} \times OQ \times QP$$

$$= \frac{1}{2} x (-2x + 8)$$

$$= -x^2 + 4x$$

(3) $S = 4$ より $-x^2 + 4x = 4$

$$x^2 - 4x + 4 = 0$$

$$(x-2)^2 = 0$$

よって $x = 2$

このとき $y = -2 \times 2 + 8 = 4$
 $x = 2$, $y = 4$ は問題に適している。
したがって, 点 P の座標は (2, 4)