

相似な図形 (テスト対策プリント) 解答と解説

1 [解答] (1) 2 : 1 (2) 4 cm (3) 59°

(1) 2つの四角形の対応する辺の長さの比は

$$BC : FG = 10 : 5 = 2 : 1$$

であるから、相似比は 2 : 1

(2) (1)より、相似比は 2 : 1であるから

$$CD : GH = 2 : 1$$

$$8 : GH = 2 : 1$$

よって $GH = 4$ cm

(3) 相似な図形では、対応する角の大きさは等しいから $\angle H = \angle D$

ここで、四角形 ABCD において

$$\angle D = 360^\circ - (104^\circ + 90^\circ + 107^\circ) = 59^\circ$$

よって $\angle H = 59^\circ$

2 [解答] (1) 5 : 8 (2) $\frac{32}{5}$ cm (3) 47°

(1) 2つの三角形の対応する辺の長さの比は、

$$BC : EF = 5 : 8$$

よって、相似比は 5 : 8

(2) (1)より、相似比は 5 : 8であるから

$$AB : DE = 5 : 8$$

$$4 : DE = 5 : 8$$

よって $DE = \frac{32}{5}$ cm

(3) 相似な図形では、対応する角の大きさは等しいから

$$\angle C = \angle F = 47^\circ$$

3 [解答] (1) 略 (2) $\frac{32}{3}$ cm

(1) $\triangle ABC$ と $\triangle DAC$ において

$$\angle DAC = \frac{1}{2} \angle BAC = \frac{1}{2} \times 2 \angle ABC = \angle ABC$$

共通な角であるから $\angle ACB = \angle DCA$

よって、2組の角がそれぞれ等しいから

$$\triangle ABC \sim \triangle DAC$$

(2) $\triangle ABC \sim \triangle DAC$ より

$$AC : DC = BC : AC$$

$$6 : DC = 10 : 6$$

よって $DC = \frac{18}{5}$

$BC = 10$ であるから

$$BD = 10 - \frac{18}{5} = \frac{32}{5}$$

$\angle ABC = \frac{1}{2} \angle BAC = \angle BAD$ であるから、

$\triangle ABD$ は $AD = BD$ の二等辺三角形である。

よって $AD = BD = \frac{32}{5}$

$\triangle ABC \sim \triangle DAC$ より

$$AB : DA = BC : AC$$

$$AB : \frac{32}{5} = 10 : 6$$

したがって $AB = \frac{32}{3}$ cm

4 [解答] (1) 1 : 2 (2) $\frac{4}{3}$ cm

(1) $BF = 6 - 4 = 2$

$AB \parallel EF$, $AE \parallel BF$ であるから, 四角形 $ABFE$ は平行四辺形である。

よって $AE = BF = 2$

$AE \parallel FC$ であるから

$$AG : GC = AE : FC$$

したがって $AG : GC = 2 : 4 = 1 : 2$

(2) $EF = AB = 4$

$AE \parallel FC$ であるから

$$EG : GF = AE : FC$$

よって $EG : GF = 1 : 2$

したがって, $EG = \frac{1}{1+2} EF = \frac{1}{3} EF = \frac{4}{3}$ であるから

$$EG = \frac{1}{3} \times 4 = \frac{4}{3} \text{ (cm)}$$

5 [解答] 4 cm

$AD \parallel BC$ より $AO : OC = AD : BC$

$AO = x$ cm とおくと

$$x : (10 - x) = 8 : 12$$

$$x \times 12 = (10 - x) \times 8$$

$$x = 4$$

よって $AO = 4$ cm

6 [解答] (1) 3 : 5 (2) 3 : 5 (3) 8 : 5 (4) $\frac{15}{4}$ cm

(1) $AB \parallel CD$ より

$$AE : ED = AB : CD = 6 : 10 = 3 : 5$$

(2) $AB \parallel EF$ より $BF : FD = AE : ED = 3 : 5$

(3) $AB \parallel EF$ より

$$AB : EF = DB : DF = (3 + 5) : 5 = 8 : 5$$

(4) $AB : EF = 8 : 5$ より $6 : EF = 8 : 5$

よって $EF = \frac{15}{4}$ cm

7 [解答] (1) 60° (2) 10 cm

(1) 点 M , N は, それぞれ辺 AB , AC の中点であるから, 中点連結定理により

$MN \parallel BC$

平行線の同位角は等しいから

$$\angle AMN = \angle ABC = 60^\circ$$

(2) 中点連結定理により

$$MN = \frac{1}{2} BC = \frac{1}{2} \times 20 = 10 \text{ (cm)}$$

8 [解答] (1) 4 cm (2) 3 cm

(1) $EG \parallel BC$ であるから

$$EG : BC = AE : AB = 1 : 2$$

よって $EG = \frac{1}{2} BC = 4$ (cm)

(2) $AG : GC = AE : EB = 1 : 1$

よって, G は線分 AC の中点である。

$\triangle ACD$ において, 中点連結定理により

$$GF = \frac{1}{2} AD = 3 \text{ (cm)}$$

9 解答 (1) 1:3 (2) 3:5

(1) $AD \parallel BG$ であるから

$$AD : BG = AE : EB = 2 : 1$$

よって $AD = 2BG$

$BC = AD$ であるから

$$CG = 2BG + BG = 3BG$$

また、 $DF = \frac{1}{2}AD$ であるから $DF = BG$

したがって

$$DF : CG = BG : 3BG = 1 : 3$$

$DF \parallel CG$ であるから

$$FH : HC = DF : CG = 1 : 3$$

(2) $DH : GH = DF : CG = 1 : 3$ であるから

$$DH = \frac{1}{1+3}DG = \frac{1}{4}DG$$

また、 $DE : GE = AE : EB = 2 : 1$ であるから

$$DE = \frac{2}{2+1}DG = \frac{2}{3}DG$$

よって $HE = \frac{2}{3}DG - \frac{1}{4}DG = \frac{5}{12}DG$

したがって

$$DH : HE = \frac{1}{4}DG : \frac{5}{12}DG = 3 : 5$$

10 解答 4:5

$\triangle ADE \sim \triangle ABC$ で、相似比は 2:3 であるから、 $\triangle ADE$ と $\triangle ABC$ の面積の比は

$$2^2 : 3^2 = 4 : 9$$

よって、 $\triangle ADE$ と四角形 $DBCE$ の面積の比は

$$4 : (9 - 4) = 4 : 5$$

11 解答 $\frac{24}{5} \text{ cm}^2$

角の二等分線と線分の比の定理により

$$BD : DC = AB : AC = 6 : 4 = 3 : 2$$

よって $\triangle ABC : \triangle ADC = (3+2) : 2 = 5 : 2$

したがって $\triangle ADC = \frac{2}{5} \triangle ABC$

$\triangle ABC = \frac{1}{2} \times 6 \times 4 = 12$ であるから

$$\triangle ADC = \frac{2}{5} \times 12 = \frac{24}{5} (\text{cm}^2)$$

12 解答 182 cm^3

水面の高さが 10 cm のときに水が入った部分の円錐を A、水面の高さが 10+2=12 (cm) のときに水が入った部分の円錐を B とする。

このとき、A と B は相似で、その相似比は 10:12=5:6

したがって、体積の比は $5^3 : 6^3 = 125 : 216$

A の体積は 250 cm^3 であるから

$$250 : (\text{B の体積}) = 125 : 216$$

$$(\text{B の体積}) = 432$$

よって、加える水の量は $432 - 250 = 182 (\text{cm}^3)$

13 解答 35:6

$DF \parallel AC$ より、 $BF : FC = BD : DA = 3 : 2$ であるから

$$BF = \frac{3}{3+2}BC = \frac{3}{5}BC$$

$EG \parallel AB$ より、 $CG : GB = CE : EA = 4 : 3$ であるから

$$BG = \frac{3}{3+4}BC = \frac{3}{7}BC$$

よって $GF = BF - BG = \frac{3}{5}BC - \frac{3}{7}BC = \frac{6}{35}BC$

したがって $BC : GF = BC : \frac{6}{35}BC = 35 : 6$

14 解答 (1) 9 : 1 (2) 27 : 1 (3) 3 cm³ (4) 54 cm³

(1) 正三角錐 P と正三角錐 Q は相似であり、その相似比は

$$1 : \frac{1}{3} = 3 : 1$$

よって、P と Q の表面積の比は $3^2 : 1^2 = 9 : 1$

(2) P と Q の相似比は 3 : 1 であるから、P と Q の体積の比は

$$3^3 : 1^3 = 27 : 1$$

(3) Q の体積を V_1 とすると $81 : V_1 = 27 : 1$

$$\text{よって } V_1 = \frac{81 \times 1}{27} = 3 (\text{cm}^3)$$

(4) P と Q の体積の比が 27 : 1 であるから、P と A の体積の比は

$$27 : (27 - 1) = 27 : 26$$

P の体積を V_2 とすると $V_2 : 52 = 27 : 26$

$$\text{よって } V_2 = \frac{52 \times 27}{26} = 54 (\text{cm}^3)$$