テスト対策プリント①（式の展開と因数分解）　解答と解説

1 解答　(1)　$4x^2-3x$　(2)　$9a^2$

(1)　$2x(3x+1)-x(2x+5)=6x^2+2x-2x^2-5x$
$=4x^2-3x$

(2)　$3a(a-4b)+6a(2b+a)=3a^2-12ab+12ab+6a^2$
$=9a^2$

2 解答　(1)　$xy-7x-4y+28$　(2)　$6ab-2a+3b-1$　(3)　$2ac+3ad-4bc-6bd$

(1)　$(x-4)(y-7)=x\times y+x\times(-7)-4\times y-4\times(-7)$
$=xy-7x-4y+28$

(2)　$(2a+1)(3b-1)=2a\times 3b+2a\times(-1)+1\times 3b+1\times(-1)$
$=6ab-2a+3b-1$

(3)　$(a-2b)(2c+3d)=a\times 2c+a\times 3d-2b\times 2c-2b\times 3d$
$=2ac+3ad-4bc-6bd$

3 解答　(1)　$a^2-2ab-a-2b-2$　(2)　$3x^2-7xy+9x+2y^2-3y$

(1)　$(a+1)(a-2b-2)=a(a-2b-2)+(a-2b-2)$
$=a^2-2ab-2a+a-2b-2$
$=a^2-2ab-a-2b-2$

(2)　$(x-2y+3)(3x-y)=(x-2y+3)\times 3x-(x-2y+3)y$
$=3x^2-6xy+9x-xy+2y^2-3y$
$=3x^2-7xy+9x+2y^2-3y$

4 解答　(1)　a^2+a-56　(2)　$b^2-9b-36$　(3)　x^2+2x-8　(4)　$x^2+\frac{4}{3}x+\frac{1}{3}$

(5)　$x^2+x-\frac{3}{4}$

(1)　$(a-7)(a+8)=a^2+\{(-7)+8\}a+(-7)\times 8$
$=a^2+a-56$

(2)　$(b+3)(b-12)=b^2+\{3+(-12)\}b+3\times(-12)$
$=b^2-9b-36$

(3)　$(4+x)(-2+x)=(x+4)(x-2)$
$=x^2+\{4+(-2)\}x+4\times(-2)$
$=x^2+2x-8$

(4)　$(x+1)\left(x+\frac{1}{3}\right)=x^2+\left(1+\frac{1}{3}\right)x+1\times\frac{1}{3}$
$=x^2+\frac{4}{3}x+\frac{1}{3}$

(5)　$\left(x-\frac{1}{2}\right)\left(x+\frac{3}{2}\right)=x^2+\left\{\left(-\frac{1}{2}\right)+\frac{3}{2}\right\}x+\left(-\frac{1}{2}\right)\times\frac{3}{2}$
$=x^2+x-\frac{3}{4}$

5 解答　(1)　$x^2+12x+36$　(2)　$x^2-14x+49$　(3)　x^2-9

(1)　$(x+6)^2=x^2+2\times 6\times x+6^2=x^2+12x+36$

(2)　$(x-7)^2=x^2-2\times 7\times x+7^2$
$=x^2-14x+49$

(3)　$(x+3)(x-3)=x^2-3^2$
$=x^2-9$

6 解答　(1)　$4x^2-1$　(2)　$16x^2+8x+1$　(3)　$4y^2-12y+9$　(4)　$9x^2-15x+4$

(5)　$x^2-2xy-35y^2$　(6)　$4a^2-2ab+\frac{1}{4}b^2$

(1)　$(2x+1)(2x-1)=(2x)^2-1^2$
$=4x^2-1$

(2)　$(4x+1)^2=(4x)^2+2\times 1\times 4x+1^2$
$=16x^2+8x+1$

(3)　$(2y-3)^2=(2y)^2-2\times 3\times 2y+3^2$
$=4y^2-12y+9$

(4)　$(3x-1)(3x-4)=(3x)^2+\{(-1)+(-4)\}\times 3x+(-1)\times(-4)$
$=9x^2-15x+4$

(5)　$(x+5y)(x-7y)=x^2+\{5y+(-7y)\}x+5y\times(-7y)$
$=x^2-2xy-35y^2$

(6)　$\left(2a-\frac{1}{2}b\right)^2=(2a)^2-2\times\frac{1}{2}b\times 2a+\left(\frac{1}{2}b\right)^2$
$=4a^2-2ab+\frac{1}{4}b^2$

7 解答 (1) $x^2+2xy+y^2+4x+4y+3$ (2) $x^2-2xy+y^2+2x-2y+1$
(3) $a^2+2ab+b^2-5a-5b+4$ (4) $a^2+4ab+4b^2-1$

(1) $x+y$ を M とおくと

$$\begin{aligned}(x+y+1)(x+y+3)&=(M+1)(M+3)\\&=M^2+4M+3\\&=(x+y)^2+4(x+y)+3\\&=x^2+2xy+y^2+4x+4y+3\end{aligned}$$

(2) $x-y$ を M とおくと

$$\begin{aligned}(x-y+1)^2&=(M+1)^2\\&=M^2+2M+1\\&=(x-y)^2+2(x-y)+1\\&=x^2-2xy+y^2+2x-2y+1\end{aligned}$$

(3) $a+b$ を M とおくと

$$\begin{aligned}(a+b-1)(a+b-4)&=(M-1)(M-4)\\&=M^2-5M+4\\&=(a+b)^2-5(a+b)+4\\&=a^2+2ab+b^2-5a-5b+4\end{aligned}$$

(4) $a+2b$ を M とおくと

$$\begin{aligned}(a+2b+1)(a+2b-1)&=(M+1)(M-1)\\&=M^2-1\\&=(a+2b)^2-1\\&=a^2+4ab+4b^2-1\end{aligned}$$

8 解答 (1) $m(x-y)$ (2) $a(2a+1)$ (3) $3a(x+2y)$

(1) $mx-my=m\times x-m\times y$
$=m(x-y)$

(2) $2a^2+a=a\times 2a+a\times 1$
$=a(2a+1)$

(3) $3ax+6ay=3a\times x+3a\times 2y$
$=3a(x+2y)$

9 解答 (1) $(a+9)^2$ (2) $\left(x-\frac{1}{2}\right)^2$ (3) $(8+t)(8-t)$

(1) $a^2+18a+81=a^2+2\times 9\times a+9^2$
$=(a+9)^2$

(2) $x^2-x+\frac{1}{4}=x^2-2\times\frac{1}{2}\times x+\left(\frac{1}{2}\right)^2$
$=\left(x-\frac{1}{2}\right)^2$

(3) $64-t^2=8^2-t^2$
$=(8+t)(8-t)$

10 解答 (1) $(x+3)(x+6)$ (2) $(x+4)(x+9)$ (3) $(x-1)(x-4)$
(4) $(x-3)(x-7)$ (5) $(x+1)(x-8)$ (6) $(x-2)(x+6)$

(1) $x^2+9x+18=(x+3)(x+6)$

(2) $x^2+13x+36=(x+4)(x+9)$

(3) $x^2-5x+4=(x-1)(x-4)$

(4) $x^2-10x+21=(x-3)(x-7)$

(5) $x^2-7x-8=(x+1)(x-8)$

(6) $x^2+4x-12=(x-2)(x+6)$

11 解答 (1) $(x+5)(x+8)$ (2) $(a-1)(a-10)$

(1) $(x+3)^2+7(x+3)+10=\{(x+3)+2\}\{(x+3)+5\}$
$=(x+5)(x+8)$

(2) $(a-4)^2-3(a-4)-18=\{(a-4)+3\}\{(a-4)-6\}$
$=(a-1)(a-10)$

12 解答　(1)　50　　(2)　2496　　(3)　199　　(4)　2601

(1)　$25^2-25\times23=25\times(25-23)$
$=25\times2$
$=50$

(2)　$48\times52=(50-2)(50+2)$
$=50^2-2^2$
$=2500-4$
$=2496$

(3)　$100^2-99^2=(100+99)(100-99)$
$=199\times1$
$=199$

(4)　$51^2=(50+1)^2$
$=50^2+2\times1\times50+1^2$
$=2500+100+1$
$=2601$

13 解答　(1)　200　　(2)　9

(1)　$x^2-4x-21=(x+3)(x-7)$
であるから，求める式の値は
$(17+3)(17-7)=20\times10$
$=200$

(2)　$x^2+6xy+9y^2=(x+3y)^2$
であるから，求める式の値は
$(2.1+3\times0.3)^2=3^2$
$=9$

14 解答　略

連続する4つの整数は，整数 n を使って n，$n+1$，$n+2$，$n+3$ と表される。
このとき，最大の整数と2番目に大きい整数の積から最小の整数と2番目に小さい整数の積をひいた数は

$$(n+3)(n+2)-n(n+1)=n^2+5n+6-n^2-n$$
$$=4n+6$$

これら4つの整数の和は

$$n+(n+1)+(n+2)+(n+3)=4n+6$$

よって，連続する4つの整数について，最大の整数と2番目に大きい整数の積から最小の整数と2番目に小さい整数の積をひいた数は，これらの連続する4つの整数の和に等しい。

15 解答　略

道の面積は，縦が $(a+2c)$ m，横が $(b+2c)$ m の長方形の面積から，縦が a m，横が b m の長方形の面積をひいたものである。

よって　$S=(a+2c)(b+2c)-ab$
$=ab+2ac+2bc+4c^2-ab$
$=2ac+2bc+4c^2$

道の中央を通る長方形の縦は $(a+c)$ m，横は $(b+c)$ m であるから
$\ell=2(a+c)+2(b+c)$
$=2a+2b+4c$

よって　$c\ell=2ac+2bc+4c^2$

したがって　$S=c\ell$

16 解答　(1)　42　　(2)　10

(1)　168を素因数分解すると　$168=2^3\times3\times7$
よって，求める自然数は　$2\times3\times7=42$

(2)　90を素因数分解すると　$90=2\times3^2\times5$
よって，求める自然数は　$2\times5=10$