

1 [解答] (1) 40° (2) 100° (3) 45° (4) 72° (5) 49° (6) 32°

(1) $\angle x = \frac{1}{2} \times 80^\circ = 40^\circ$

(2) $\angle x = 2 \times 50^\circ = 100^\circ$

(3) $\angle x = 45^\circ$

(4) $\angle x = 2 \times 36^\circ = 72^\circ$

(5) $\angle x = \frac{1}{2} \times 98^\circ = 49^\circ$

(6) $\angle x = 32^\circ$

2 [解答] (1) 69° (2) 52° (3) 57° (4) 35° (5) 105°

(1) $\angle BAC$ は \widehat{BC} に対する円周角であるから

$$\angle x = \frac{1}{2} \angle BOC = \frac{1}{2} \times 138^\circ = 69^\circ$$

(2) \widehat{AB} に対する円周角について

$$\angle x = \angle ACB = 52^\circ$$

(3) 線分 BC は直径であるから $\angle BAC = 90^\circ$

よって, $\triangle ABC$ において

$$\angle x = 180^\circ - (90^\circ + 33^\circ) = 57^\circ$$

(4) \widehat{CD} に対する円周角について

$$\angle CBD = \angle CAD = 67^\circ$$

よって, $\triangle BCD$ において

$$\angle x = 180^\circ - (67^\circ + 78^\circ) = 35^\circ$$

(5) \widehat{BC} に対する円周角について

$$\angle BAC = \angle BDC = 51^\circ$$

よって, $\triangle ABE$ において

$$\angle x = 51^\circ + 54^\circ = 105^\circ$$

3 [解答] (1) 53° (2) 40° (3) 25°

(1) 線分 AC は直径であるから $\angle ABC = 90^\circ$

よって $\angle OBC = 90^\circ - 37^\circ = 53^\circ$

$OB = OC$ であるから

$$\angle x = \angle OBC = 53^\circ$$

(2) $\angle BOC$ は \widehat{BC} に対する中心角であるから

$$\angle BOC = 2 \angle BAC = 2 \times 50^\circ = 100^\circ$$

$OB = OC$ より, $\angle OCB = \angle OBC$ であるから

$$\angle x = (180^\circ - 100^\circ) \div 2 = 40^\circ$$

(3) $OB = OC$ より, $\angle OBC = \angle OCB$ であるから

$$\angle BOC = 180^\circ - 65^\circ \times 2 = 50^\circ$$

$\angle BAC$ は \widehat{BC} に対する円周角であるから

$$\angle x = \frac{1}{2} \angle BOC = \frac{1}{2} \times 50^\circ = 25^\circ$$

4 [解答] (1) $\angle x = 24^\circ$ (2) $\angle x = 46^\circ$

(1) 2点 A, D は直線 BC について同じ側にあり, $\angle BAC = \angle BDC$ であるから, 4点 A, B, C, D は1つの円周上にある。

このとき, $\angle x$ は \widehat{CD} に対する円周角であるから

$$\angle x = \angle CBD = 24^\circ$$

(2) $\triangle ABD$ において

$$\angle BDA = 180^\circ - (90^\circ + 32^\circ) = 58^\circ$$

2点 C, D は直線 AB について同じ側にあり, $\angle BCA = \angle BDA$ であるから, 4点 A, B, C, D は1つの円周上にある。

このとき, $\angle ACD$ は \widehat{AD} に対する円周角であるから

$$\angle ACD = \angle ABD = 32^\circ$$

よって, $\triangle ECD$ の内角と外角について

$$\angle x = 78^\circ - 32^\circ = 46^\circ$$

5 [解答] (1) $\angle x = 54^\circ$ (2) $\angle x = 48^\circ$, $\angle y = 56^\circ$

(1) 1つの円の弧の長さは、円周角の大きさに比例するから
 $36^\circ : \angle x = 2 : 3$

$$2\angle x = 108^\circ$$

$$\text{よって } \angle x = 54^\circ$$

(2) 長さの等しい弧に対する円周角は等しいから

$$\angle x = \angle ACD = 48^\circ$$

また、 $\angle ABD = \angle ADB$ であるから

$$\angle BAD = 180^\circ - 48^\circ \times 2 = 84^\circ$$

$$\text{よって } \angle y = 84^\circ - 28^\circ = 56^\circ$$

6 [解答] 67°

PA, PB はともに円 O の接線であるから

$$\angle PAO = 90^\circ, \quad \angle PBO = 90^\circ$$

四角形 OAPB の内角について

$$\angle AOB + 90^\circ + 46^\circ + 90^\circ = 360^\circ$$

よって、 $\angle AOB = 134^\circ$ であるから

$$\angle ACB = \frac{1}{2} \angle AOB = \frac{1}{2} \times 134^\circ = 67^\circ$$

7 [解答] (1) 68° (2) 44°

(1) PB は円 O の接線であるから $\angle OBP = 90^\circ$

$$\text{よって } \angle ABP = 90^\circ - 22^\circ = 68^\circ$$

(2) PA, PB はともに円 O の接線であるから $PA = PB$

よって、 $\triangle PAB$ は二等辺三角形となるから

$$\angle APB = 180^\circ - 2 \times 68^\circ = 44^\circ$$

8 [解答] 略

$\triangle ABD$ と $\triangle EBC$ において

仮定から $BD = BC$ …… ①

BD は $\angle ABC$ の二等分線であるから $\angle ABD = \angle EBC$ …… ②

\widehat{AB} に対する円周角より $\angle ADB = \angle ECB$ …… ③

①, ②, ③ より、1辺とその両端の角がそれぞれ等しいから

$$\triangle ABD \cong \triangle EBC$$

9 [解答] 略

$\widehat{AD} = \widehat{BD}$ より $\angle ACD = \angle BCD$

AC // EF より $\angle ACD = \angle CEF$

よって $\angle BCD = \angle CEF$

すなわち、 $\angle FCE = \angle FEC$ であるから、 $\triangle CEF$ は二等辺三角形である。

10 [解答] (1) 35° (2) $\frac{7}{6}\pi$ cm

(1) $\angle BDA = a$ とおくと $\angle BCA = a$

$\triangle APC$ において $\angle CAD = 30^\circ + a$

$\triangle QDA$ において $a + (30^\circ + a) = 100^\circ$

よって、 $a = 35^\circ$ から $\angle BDA = 35^\circ$

(2) (1) より、 \widehat{AB} に対する中心角は $35^\circ \times 2 = 70^\circ$ であるから

$$\widehat{AB} = 2\pi \times 3 \times \frac{70}{360} = \frac{7}{6}\pi \text{ (cm)}$$

11 [解答] 5 : 7

$\triangle ABC$ は正三角形であるから $\angle ABC = 60^\circ$

$\triangle AEB$ において、内角と外角の関係から

$$\angle BAE = 60^\circ - 25^\circ = 35^\circ$$

$\angle AOB$ は \widehat{AB} に対する中心角であるから

$$\angle AOB = 2\angle ACB = 2 \times 60^\circ = 120^\circ$$

$\angle DOB$ は \widehat{DB} に対する中心角であるから

$$\angle DOB = 2\angle DAB = 2 \times 35^\circ = 70^\circ$$

よって $\angle AOD = 120^\circ - 70^\circ = 50^\circ$

1つの円において、弧の長さと中心角の大きさは比例するから

$$\widehat{AD} : \widehat{DB} = \angle AOD : \angle DOB = 50^\circ : 70^\circ = 5 : 7$$

$$\widehat{AD} : \widehat{DB} = \angle AOD : \angle DOB = 50^\circ : 70^\circ = 5 : 7$$

12 [解答] (1) 略 (2) 2 cm

(1) $\triangle APC$ と $\triangle DCP$ において

対頂角は等しいから $\angle APC = \angle DCP$ …… ①

円周角の定理により $\angle CAP = \angle CBP$ …… ②

①, ② より、2組の角がそれぞれ等しいから $\triangle APC \sim \triangle DCP$

(2) $\triangle APC \sim \triangle DCP$ より

$$PA : PD = PC : PB$$

$$3 : PD = 6 : 4$$

したがって $PD = 2$ cm

13 解答 (1) 3 : 1 (2) 9 : 16 (3) 3 cm

(1) $\triangle ABE$ と $\triangle DCE$ において

対頂角は等しいから $\angle AEB = \angle DEC$

\widehat{BC} に対する円周角より $\angle BAE = \angle CDE$

よって、2組の角がそれぞれ等しいから

$\triangle ABE \sim \triangle DCE$

したがって

$$BE : CE = AB : DC = 9 : 6 = 3 : 2 \quad \dots\dots ①$$

同様に、 $\triangle AED \sim \triangle BEC$ から $DE : CE = AD : BC = 6 : 12 = 1 : 2 \quad \dots\dots ②$

①, ② から $BE : ED = 3 : 1$

(2) $\triangle ABE \sim \triangle DCE$ で相似比は 3 : 2 であるから

$$\triangle ABE : \triangle DCE = 3^2 : 2^2 = 9 : 4$$

また、 $BD : ED = 4 : 1$ であるから

$$\triangle DBC : \triangle DCE = 4 : 1 = 16 : 4$$

よって $\triangle ABE : \triangle DBC = 9 : 16$

(3) $\triangle ABE$ と $\triangle DBC$ において

\widehat{BC} に対する円周角より $\angle BAE = \angle BDC$

$DA = CD$ より、 $\widehat{DA} = \widehat{CD}$ であるから

$$\angle ABE = \angle DBC$$

よって、2組の角がそれぞれ等しいから

$\triangle ABE \sim \triangle DBC$

(2) より、 $\triangle ABE : \triangle DBC = 9 : 16 = 3^2 : 4^2$ であるから、 $\triangle ABE$ と $\triangle DBC$ の相似比

は 3 : 4 で

$$AB : DB = 3 : 4$$

$$9 : DB = 3 : 4$$

$$DB = 12$$

したがって $DE = \frac{1}{4} DB = \frac{1}{4} \times 12 = 3$ (cm)