2学期定期テスト予想問題②（図形の性質･連立方程式･三角形と四角形）（解答と解説）

1 解答　(1)　$x=7,\ y=3$　(2)　$x=5,\ y=-3$　(3)　$x=1,\ y=3$
(4)　$x=2,\ y=-3$　(5)　$x=8,\ y=-9$　(6)　$x=4,\ y=-1$

(1)
$$\begin{cases} 2x+3y=23 & \cdots\cdots ① \\ 3x-5y=6 & \cdots\cdots ② \end{cases}$$

$$\begin{array}{rr} ①\times 3 & 6x+\ \ 9y=69 \\ ②\times 2 & -)\ 6x-10y=12 \\ \hline & 19y=57 \\ & y=3 \end{array}$$

$y=3$ を ① に代入すると　$2x+3\times 3=23$
$x=7$

よって　$x=7,\ y=3$

(2)
$$\begin{cases} 5x+4y=13 & \cdots\cdots ① \\ 2x-7y=31 & \cdots\cdots ② \end{cases}$$

$$\begin{array}{rr} ①\times 2 & 10x+\ \ 8y=26 \\ ②\times 5 & -)\ 10x-35y=155 \\ \hline & 43y=-129 \\ & y=-3 \end{array}$$

$y=-3$ を ① に代入すると　$5x+4\times(-3)=13$
$x=5$

よって　$x=5,\ y=-3$

(3)
$$\begin{cases} y=-4x+7 & \cdots\cdots ① \\ 5x-3y=-4 & \cdots\cdots ② \end{cases}$$

① を ② に代入すると　$5x-3(-4x+7)=-4$
$x=1$

$x=1$ を ① に代入すると　$y=-4\times 1+7$
$y=3$

よって　$x=1,\ y=3$

(4)
$$\begin{cases} 2(x+4)+y=9 & \cdots\cdots ① \\ -2x+3y=-13 & \cdots\cdots ② \end{cases}$$

① を変形すると　$2x+y=1$　$\cdots\cdots ③$

$$\begin{array}{rr} ② & -2x+3y=-13 \\ ③ & +)\ \ 2x+\ \ y=1 \\ \hline & 4y=-12 \\ & y=-3 \end{array}$$

$y=-3$ を ③ に代入すると　$2x+(-3)=1$
$x=2$

よって　$x=2,\ y=-3$

(5)
$$\begin{cases} \dfrac{x}{2}-\dfrac{y}{3}=7 & \cdots\cdots ① \\ 3x+y=15 & \cdots\cdots ② \end{cases}$$

①× 6 から　$3x-2y=42$　$\cdots\cdots ③$

$$\begin{array}{rr} ② & 3x+\ \ y=15 \\ ③ & -)\ 3x-2y=42 \\ \hline & 3y=-27 \\ & y=-9 \end{array}$$

$y=-9$ を ② に代入すると　$3x+(-9)=15$
$x=8$

よって　$x=8,\ y=-9$

(6) $2x-5y=4x+3y=13$ は，次の連立方程式と同じである。
$$\begin{cases} 2x-5y=13 & \cdots\cdots ① \\ 4x+3y=13 & \cdots\cdots ② \end{cases}$$

$$\begin{array}{rr} ①\times 2 & 4x-10y=26 \\ ② & -)\ 4x+\ \ 3y=13 \\ \hline & -13y=13 \\ & y=-1 \end{array}$$

$y=-1$ を ① に代入すると
$2x-5\times(-1)=13$
$2x=8$
$x=4$

よって　$x=4,\ y=-1$

2 解答　(1)　ノート 120 円，消しゴム 80 円
(2)　車で進んだ道のり 15 km，歩いた道のり 5 km

(1)　ノート 1 冊の値段を x 円，消しゴム 1 個の値段を y 円とすると
$$\begin{cases} 3x+2y=520 & \cdots\cdots ① \\ x=y+40 & \cdots\cdots ② \end{cases}$$

② を ① に代入すると
$3(y+40)+2y=520$
$y=80$

$y=80$ を ② に代入して解くと　$x=120$

$x=120,\ y=80$ は問題に適している。
よって　ノート 120 円，消しゴム 80 円

(2)　車で進んだ道のりを x km，歩いた道のりを y km とすると
$$\begin{cases} x+y=20 \\ \dfrac{x}{30}+\dfrac{y}{4}=1+\dfrac{45}{60} \end{cases}$$

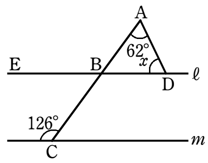
この連立方程式を解くと　$x=15,\ y=5$
$x=15,\ y=5$ は問題に適している。
答　車で進んだ道のり 15 km，歩いた道のり 5 km

3 解答　(1)　65°　(2)　83°　(3)　64°　(4)　25°　(5)　47°　(6)　60°

(1)　平行線の同位角は等しいから　$\angle x=65^\circ$

(2)　△DEC において，内角と外角の性質から
$\angle \mathrm{BEC}=65^\circ+45^\circ=110^\circ$
よって，△ABE において，内角と外角の性質から
$\angle x=110^\circ-27^\circ=83^\circ$

(3)　右の図において，平行線の同位角は等しいから
$\angle \mathrm{ABE}=126^\circ$
よって，△ABD において，内角と外角の性質から
$\angle x=126^\circ-62^\circ=64^\circ$



(4)　△CDF において，内角と外角の性質から
$\angle CDF=113^\circ-29^\circ=84^\circ$
また，△ABD において，内角と外角の性質から
$\angle x=84^\circ-59^\circ=25^\circ$

(5)　95° の角の外角の大きさは　$180^\circ-95^\circ=85^\circ$
83° の角の外角の大きさは　$180^\circ-83^\circ=97^\circ$
多角形の外角の和は 360° であるから
$\angle x=360^\circ-(85^\circ+74^\circ+57^\circ+97^\circ)=47^\circ$

(6)　三角形の内角と外角の性質から
$\angle a=39^\circ+35^\circ=74^\circ$
よって　$\angle b=180^\circ-(24^\circ+74^\circ)$
$=82^\circ$
したがって，三角形の内角と外角の性質から
$\angle x=82^\circ-22^\circ=60^\circ$

4 解答　121°

△ABC において，内角と外角の性質から
$\angle \mathrm{ABC}+\angle \mathrm{ACB}=118^\circ$
$\angle \mathrm{DBC}=\dfrac{1}{2}\angle \mathrm{ABC},\ \angle \mathrm{DCB}=\dfrac{1}{2}\angle \mathrm{ACB}$
であるから
$\angle \mathrm{DBC}+\angle \mathrm{DCB}=\dfrac{1}{2}(\angle \mathrm{ABC}+\angle \mathrm{ACB})=59^\circ$
よって，△DBC において　$\angle x=180^\circ-59^\circ=121^\circ$

5 解答 (1) 76° (2) 24° (3) 75° (4) 40°

(1) ∠CAB＝180°－152°＝28°

△ABC は AB＝AC の二等辺三角形であるから

∠x＝(180°－28°)÷2

＝76°

別解 三角形の内角と外角の性質から

∠B＋∠C＝152°

2∠x＝152°

∠x＝76°

(2) △ABC は AB＝AC の二等辺三角形であるから

∠ACB＝(180°－44°)÷2

＝68°

また，△DAC は DA＝DC の二等辺三角形であるから

∠DCA＝44°

よって ∠x＝68°－44°

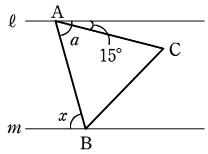
＝24°

(3) 右の図において

∠a＝15°＋60°＝75°

ℓ ∥ m より，錯角は等しいから

∠x＝∠a＝75°



(4) 点 B を通り，直線 ℓ に平行な直線 n をひく。

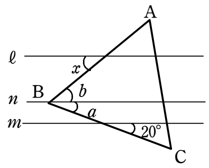
右の図において，m∥n より，同位角は等しいから ∠a＝20°

よって ∠b＝60°－20°

＝40°

ℓ ∥ n より，錯角は等しいから

∠x＝∠b＝40°



6 解答 30°

△EDC は ED＝EC の二等辺三角形であるから

∠EDC＝20°

△EDC において，内角と外角の性質から

∠DEA＝20°＋20°＝40°

△DAE は DA＝DE の二等辺三角形であるから

∠DAE＝∠DEA＝40°

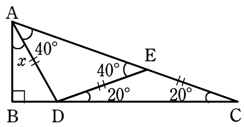
△ACD において，内角と外角の性質から

∠ADB＝20°＋40°＝60°

△ABD において

∠x＝180°－(90°＋60°)

＝30°



7 解答 (1) 逆は「△ABC において，∠A＝∠B＝60° ならば △ABC は正三角形である。」，正しい

(2) 逆は「$ab<0$ ならば $a>0$，$b<0$ である。」，正しくない

(3) 逆は「△ABC と △DEF において，∠C＝∠F ならば △ABC≡△DEF である。」，正しくない

(1) 逆は「△ABC において，∠A＝∠B＝60° ならば △ABC は正三角形である。」

∠A＝∠B＝60° のとき ∠C＝60° となる。

3 つの角が等しい三角形は正三角形である。

よって，逆は正しい。

(2) 逆は「$ab<0$ ならば $a>0$，$b<0$である。」

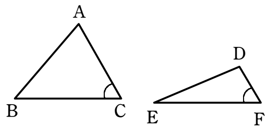
a＝－2，b＝1 のとき，逆は成り立たない。

よって，逆は正しくない。

(3) 逆は「△ABC と △DEF において，∠C＝∠F ならば △ABC≡△DEF である。」

右の図のような三角形では，逆は成り立たない。

よって，逆は正しくない。



8 解答 64°

線分 CE の延長と線分 BD の交点を F とする。

△BEF において，内角と外角の性質から

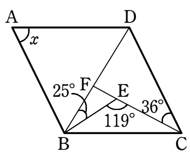
∠BFE＝119°－25°＝94°

さらに，△CDF において，内角と外角の性質から

∠CDF＝94°－36°＝58°

四角形 ABCD はひし形であり，ひし形は平行四辺形であるから AB∥DC

平行線の錯角は等しいから ∠ABD＝∠CDB＝58°



また，ひし形 ABCD において，AB＝AD であるから

∠ADB＝∠ABD＝58°

したがって ∠x＝180°－(∠ABD＋∠ADB)

＝180°－(58°＋58°)

＝64°

9 解答 (1)，(2)ともに略

(1)

[仮定] AO＝BO，CO＝DO

[結論] ∠CAO＝∠DBO

[証明] △AOC と △BOD において

仮定から AO＝BO ……①

CO＝DO ……②

対頂角は等しいから

∠AOC＝∠BOD ……③

①，②，③ より，2 辺とその間の角がそれぞれ等しいから

△AOC≡△BOD

合同な図形の対応する角は等しいから

∠CAO＝∠DBO

(2)

△ABE と △CDF において

仮定より ∠BEA＝∠DFC＝90° …… ①

平行四辺形の対辺は等しいから

AB＝CD …… ②

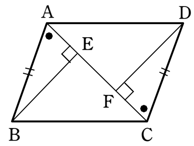
AB∥DC より，錯角は等しいから

∠BAE＝∠DCF …… ③

①，②，③ より，直角三角形の斜辺と 1 つの鋭角がそれぞれ等しいから

△ABE≡△CDF

よって AE＝CF



10 解答 (1) 略 (2) $\frac{1}{7}$

(1) △ABDと△ACFにおいて，

仮定より，△ABCは正三角形だから，AB＝AC…①

∠DAB＝∠BCA＝60°…②

AF//BCより，平行線の錯角は等しいから，

∠FAC＝∠BCA…③

②，③より,∠DAB＝∠FAC…④

四角形ADEFはひし形だから，AD＝AF…⑤

①，④，⑤より， 2組の辺とその間の角がそれぞれ等しいから，

△ABD≡△ACF

(2) △ABD＝2α とおくと，

(1)より，△ACF＝△ABD＝2α

点Dは辺ACの中点だから，△CBD＝2α，△ABC＝4α

また,△ADF＝$\frac{1}{2}$△ACF＝α，,線分DFはひし形の対角線だから，

△DEF＝△ADF＝α

ここで，ひし形の性質から，AD//FE，平行線と面積の関係から，

△CEF＝△DEF＝α

五角形ABCEF＝△ABC＋△ACF＋△CEF

＝4α＋2α＋α＝7α

△CEF÷五角形ABCEF＝$\frac{a}{7a}$＝$\frac{1}{7}$

よって,△CEFの面積は五角形ABCEFの面積の $\frac{1}{7}$ 倍。