2学期定期テスト予想問題③（図形の性質･連立方程式･1次関数）（解答と解説）

1 解答　(1)　$x=7$，$y=3$　(2)　$x=5$，$y=-3$　(3)　$x=1$，$y=3$
(4)　$x=2$，$y=-3$　(5)　$x=8$，$y=-9$　(6)　$x=4$，$y=-1$

(1)
$$\begin{cases} 2x+3y=23 & \cdots\cdots ① \\ 3x-5y=6 & \cdots\cdots ② \end{cases}$$
$$\begin{array}{rr} ①\times 3 & 6x+\ \ 9y=69 \\ ②\times 2 & -)\ 6x-10y=12 \\ \hline & 19y=57 \\ & y=3 \end{array}$$
$y=3$ を ① に代入すると　$2x+3\times 3=23$
$x=7$
よって　$x=7$，$y=3$

(2)
$$\begin{cases} 5x+4y=13 & \cdots\cdots ① \\ 2x-7y=31 & \cdots\cdots ② \end{cases}$$
$$\begin{array}{rr} ①\times 2 & 10x+\ \ 8y=26 \\ ②\times 5 & -)\ 10x-35y=155 \\ \hline & 43y=-129 \\ & y=-3 \end{array}$$
$y=-3$ を ① に代入すると　$5x+4\times(-3)=13$
$x=5$
よって　$x=5$，$y=-3$

(3)
$$\begin{cases} y=-4x+7 & \cdots\cdots ① \\ 5x-3y=-4 & \cdots\cdots ② \end{cases}$$
① を ② に代入すると　$5x-3(-4x+7)=-4$
$x=1$
$x=1$ を ① に代入すると　$y=-4\times 1+7$
$y=3$
よって　$x=1$，$y=3$

(4)
$$\begin{cases} 2(x+4)+y=9 & \cdots\cdots ① \\ -2x+3y=-13 & \cdots\cdots ② \end{cases}$$
① を変形すると　$2x+y=1$　$\cdots\cdots ③$
$$\begin{array}{rr} ② & -2x+3y=-13 \\ ③ & +)\ \ 2x+\ \ y=1 \\ \hline & 4y=-12 \\ & y=-3 \end{array}$$
$y=-3$ を ③ に代入すると　$2x+(-3)=1$
$x=2$
よって　$x=2$，$y=-3$

(5)
$$\begin{cases} \dfrac{x}{2}-\dfrac{y}{3}=7 & \cdots\cdots ① \\ 3x+y=15 & \cdots\cdots ② \end{cases}$$
①× 6 から　$3x-2y=42$　$\cdots\cdots ③$
$$\begin{array}{rr} ② & 3x+\ \ y=15 \\ ③ & -)\ 3x-2y=42 \\ \hline & 3y=-27 \\ & y=-9 \end{array}$$
$y=-9$ を ② に代入すると　$3x+(-9)=15$
$x=8$
よって　$x=8$，$y=-9$

(6) $2x-5y=4x+3y=13$ は，次の連立方程式と同じである。
$$\begin{cases} 2x-5y=13 & \cdots\cdots ① \\ 4x+3y=13 & \cdots\cdots ② \end{cases}$$
$$\begin{array}{rr} ①\times 2 & 4x-10y=26 \\ ② & -)\ 4x+\ \ 3y=13 \\ \hline & -13y=13 \\ & y=-1 \end{array}$$
$y=-1$ を ① に代入すると
$2x-5\times(-1)=13$
$2x=8$
$x=4$
よって　$x=4$，$y=-1$

2 解答　(1)　ノート 120 円，消しゴム 80 円
(2)　車で進んだ道のり 15 km，歩いた道のり 5 km

(1)　ノート 1 冊の値段を x 円，消しゴム 1 個の値段を y 円とすると
$$\begin{cases} 3x+2y=520 & \cdots\cdots ① \\ x=y+40 & \cdots\cdots ② \end{cases}$$
② を ① に代入すると
$3(y+40)+2y=520$
$y=80$
$y=80$ を ② に代入して解くと　$x=120$
$x=120$，$y=80$ は問題に適している。
よって　ノート 120 円，消しゴム 80 円

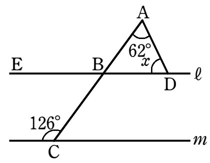
(2)　車で進んだ道のりを x km，歩いた道のりを y km とすると
$$\begin{cases} x+y=20 \\ \dfrac{x}{30}+\dfrac{y}{4}=1+\dfrac{45}{60} \end{cases}$$
この連立方程式を解くと　$x=15$，$y=5$
$x=15$，$y=5$ は問題に適している。
答　車で進んだ道のり 15 km，歩いた道のり 5 km

3 解答　(1)　65°　(2)　83°　(3)　64°　(4)　25°　(5)　47°　(6)　60°

(1)　平行線の同位角は等しいから　$\angle x=65°$

(2)　△DEC において，内角と外角の性質から
$\angle \text{BEC}=65°+45°=110°$
よって，△ABE において，内角と外角の性質から
$\angle x=110°-27°=83°$

(3)　右の図において，平行線の同位角は等しいから
$\angle \text{ABE}=126°$
よって，△ABD において，内角と外角の性質から
$\angle x=126°-62°=64°$



(4)　△CDF において，内角と外角の性質から
$\angle CDF=113°-29°=84°$
また，△ABD において，内角と外角の性質から
$\angle x=84°-59°=25°$

(5)　95° の角の外角の大きさは　$180°-95°=85°$
83° の角の外角の大きさは　$180°-83°=97°$
多角形の外角の和は 360° であるから
$\angle x=360°-(85°+74°+57°+97°)=47°$

(6)　三角形の内角と外角の性質から
$\angle a=39°+35°=74°$
よって　$\angle b=180°-(24°+74°)$
$=82°$
したがって，三角形の内角と外角の性質から
$\angle x=82°-22°=60°$

4 解答　121°

△ABC において，内角と外角の性質から
$\angle \text{ABC}+\angle \text{ACB}=118°$
$\angle \text{DBC}=\dfrac{1}{2}\angle \text{ABC}$，$\angle \text{DCB}=\dfrac{1}{2}\angle \text{ACB}$
であるから
$\angle \text{DBC}+\angle \text{DCB}=\dfrac{1}{2}(\angle \text{ABC}+\angle \text{ACB})=59°$
よって，△DBC において　$\angle x=180°-59°=121°$

5 解答　(1)　②，④　(2)　①　(3)　③　(4)　④

(1)　右下がりの直線となるのは，傾きが負の直線である。
よって　②，④
(2)　$y=3x-4$ と平行な直線は，傾きが 3 の直線である。
よって　①
(3)　$x=3$ のとき
①　$y=3\times 3+2=11$　　②　$y=-3\times 3-4=-13$
③　$y=\dfrac{1}{3}\times 3-2=-1$　　④　$y=-\dfrac{1}{3}\times 3+4=3$
よって，点 $(3,\ -1)$ を通るのは　③
(4)　$x=-6$ のとき
①　$y=3\times(-6)+2=-16$　　②　$y=-3\times(-6)-4=14$
③　$y=\dfrac{1}{3}\times(-6)-2=-4$　　④　$y=-\dfrac{1}{3}\times(-6)+4=6$
よって，点 $(-6,\ 6)$ を通るのは　④

6 解答 (1) 3 (2) 3 (3) -6

(1) $y=3x-4$ の変化の割合は 3

(2) (変化の割合)$=\dfrac{(y\text{ の増加量})}{(x\text{ の増加量})}$ であるから，

(y の増加量)=(変化の割合)×(x の増加量) となる。

x の増加量が 1 のときの y の増加量は $3\times1=3$

(3) x の増加量が -2 のときの y の増加量は $3\times(-2)=-6$

7 解答 (1) $y=4x-3$ (2) $y=-\dfrac{1}{3}x+1$ (3) $y=-2x+4$

(1) 変化の割合が 4 であるから，この 1 次関数は，$y=4x+b$ と表される。

$x=2$ のとき $y=5$ であるから，$x=2$，$y=5$ をこの式に代入すると

$5=4\times2+b$

$b=-3$

よって，求める式は $y=4x-3$

(2) グラフの傾きが $-\dfrac{1}{3}$ であるから，この 1 次関数は，$y=-\dfrac{1}{3}x+b$ と表される。

点 $(-3,\ 2)$ を通るから，$x=-3$，$y=2$ をこの式に代入すると

$2=-\dfrac{1}{3}\times(-3)+b$

$b=1$

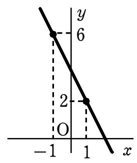
よって，求める式は $y=-\dfrac{1}{3}x+1$

(3) 求める直線の傾きは $\dfrac{2-6}{1-(-1)}=-2$

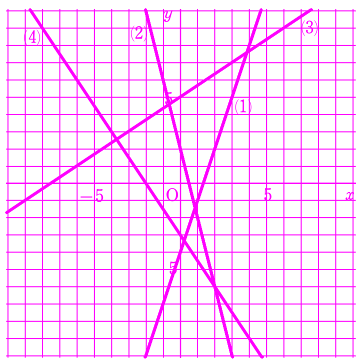
よって，求める式は $y=-2x+b$ とおける。

$x=1$，$y=2$ をこの式に代入して解くと $b=4$

したがって，求める直線の式は $y=-2x+4$



8 解答



(1) 切片は -4 であるから，y 軸上の点 $(0,\ -4)$ を通る。

また，傾きは 3 であるから，点 $(0,\ -4)$ から右へ 1，上へ 3 だけ進んだ点 $(1,\ -1)$ を通る。

よって，グラフは，2 点 $(0,\ -4)$，$(1,\ -1)$ を通る直線になる。

(2) 切片は 2 であるから，y 軸上の点 $(0,\ 2)$ を通る。

また，傾きは -4 であるから，点 $(0,\ 2)$ から右へ 1，下へ 4 だけ進んだ点 $(1,\ -2)$ を通る。

よって，グラフは，2 点 $(0,\ 2)$，$(1,\ -2)$ を通る直線になる。

(3) 切片は 5 であるから，y 軸上の点 $(0,\ 5)$ を通る。

また，傾きは $\dfrac{2}{3}$ であるから，点 $(0,\ 5)$ から右へ 3，上へ 2 だけ進んだ点 $(3,\ 7)$ を通る。

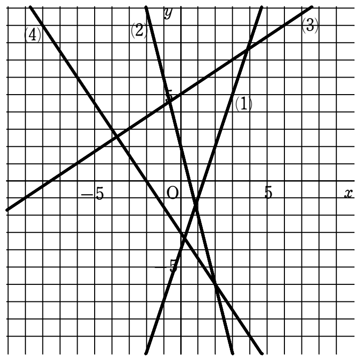
よって，グラフは，2 点 $(0,\ 5)$，$(3,\ 7)$ を通る直線になる。

(4) 切片は -3 であるから，y 軸上の点 $(0,\ -3)$ を通る。

また，傾きは $-\dfrac{3}{2}$ であるから，点 $(0,\ -3)$ から右へ 2，下へ 3 だけ進んだ点 $(2,\ -6)$ を通る。

よって，グラフは，2 点 $(0,\ -3)$，$(2,\ -5)$ を通る直線になる。

したがって，グラフは下の図のようになる。



9 解答 $6\leqq x\leqq10$，$y=-3x+30$

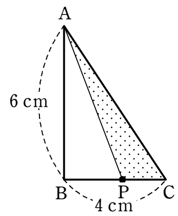
P が点 B に着くのは，動き始めてから 6 秒後，

点 C に着くのは，動き始めてから 10 秒後である。

よって，x の変域は $6\leqq x\leqq10$

△APC の面積は $\dfrac{1}{2}\times(10-x)\times6=-3x+30\ (\text{cm}^2)$

よって $y=-3x+30$



AB＋BP＝x cm

AB＋BC＝10 cm

10 解答 (1) $a=2$ (2) $(7,\ 0)$ (3) 18 (4) $y=-10x+34$

(1) 点 A は直線 ℓ 上の点であるから，$y=-x+7$ に $x=3$，$y=b$ を代入すると

$b=-3+7$

$b=4$

よって，点 A の座標は $(3,\ 4)$

点 A は直線 m 上の点であるから，$y=ax-2$ に $x=3$，$y=4$ を代入すると

$4=3a-2$

$a=2$

(2) $y=-x+7$ に $y=0$ を代入すると

$0=-x+7$

$x=7$

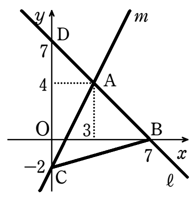
よって，点 B の座標は $(7,\ 0)$

(3) 直線 ℓ と y 軸との交点を D とする。

$\triangle ABC=\triangle BDC-\triangle ADC$

$=\dfrac{1}{2}\times9\times7-\dfrac{1}{2}\times9\times3$

$=18$



(4) 求める直線は，点 A と線分 BC の中点を通る直線である。

線分 BC の中点を M とすると，M の座標は $\left(\dfrac{7+0}{2},\ \dfrac{0-2}{2}\right)$

すなわち $\left(\dfrac{7}{2},\ -1\right)$

求める直線の式を $y=px+q$ とおくと

$$\begin{cases}4=3p+q\\ -1=\dfrac{7}{2}p+q\end{cases}$$

この連立方程式を解くと $p=-10$，$q=34$

よって，求める直線の式は $y=-10x+34$