証明の練習をしよう！（1日目）

---

1 解答　略

［仮定］ $AO=BO$，$CO=DO$

［結論］ $\angle CAO=\angle DBO$

［証明］ $\triangle AOC$ と $\triangle BOD$ において

仮定から　$AO=BO$ ……①

$CO=DO$ ……②

対頂角は等しいから

$\angle AOC=\angle BOD$ ……③

①，②，③より，2辺とその間の角がそれぞれ等しいから

$\triangle AOC\equiv\triangle BOD$

合同な図形の対応する角は等しいから

$\angle CAO=\angle DBO$

2 解答　略

［仮定］ $AB=CD$，$AE=CE$

［結論］ $AD=CB$

［証明］ $\triangle AED$ と $\triangle CEB$ において

仮定から　$AE=CE$ ……①

また，仮定から $AB=CD$ で，これと①より

$AB-AE=CD-CE$

すなわち　$ED=EB$ ……②

対頂角は等しいから

$\angle AED=\angle CEB$ ……③

①，②，③より，2辺とその間の角がそれぞれ等しいから

$\triangle AED\equiv\triangle CEB$

合同な図形の対応する辺は等しいから

$AD=CB$

証明の練習をしよう！（2日目）

---

3 解答　略

[仮定]　$\angle AOC = \angle BOC$, $OA \perp PQ$, $OB \perp PR$

[結論]　$PQ = PR$

[証明]　$\triangle OPQ$ と $\triangle OPR$ において

仮定から　$\angle QOP = \angle ROP$　……①

$\angle PQO = \angle PRO\ (=90^\circ)$　……②

①，②より，三角形の残りの角も等しいから

$\angle OPQ = \angle OPR$　……③

また　$OP = OP$（共通）　……④

①，③，④より，1辺とその両端の角がそれぞれ等しいから

$\triangle OPQ \equiv \triangle OPR$

合同な図形の対応する辺は等しいから

$PQ = PR$

4 解答　略

[仮定]　$\angle A = \angle D = 90^\circ$, $AB = DC$

[結論]　$BE = CE$

[証明]　$\triangle ABE$ と $\triangle DCE$ において

仮定から　$AB = DC$　……①

$\angle BAE = \angle CDE$　……②

対頂角は等しいから

$\angle AEB = \angle DEC$　……③

②，③より，三角形の残りの角も等しいから

$\angle ABE = \angle DCE$　……④

①，②，④より，1辺とその両端の角がそれぞれ等しいから

$\triangle ABE \equiv \triangle DCE$

合同な図形の対応する辺は等しいから

$BE = CE$

証明の練習をしよう！（3日目）

5 解答　略

[仮定]　直線 AC⊥直線 BD，直線 AB⊥直線 CE，BD＝AC，CE＝AB

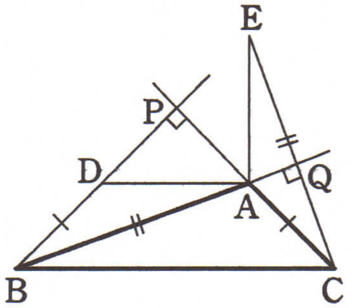
[結論]　△ABD≡△ECA

[証明]　△ABD と △ECA において

仮定から　BD＝CA　……①

AB＝EC　……②

直線 AC と直線 BD の交点を P，直線 AB と直線 CE の交点を Q とする。



△APB と △AQC において，

対頂角は等しいから

∠PAB＝∠QAC　……③

仮定より，直線 AC⊥直線 BD，直線 AB⊥直線 CE であるから

∠APB＝∠AQC＝90°　……④

③，④ より，三角形の残りの角も等しいから

∠ABP＝∠ACQ

すなわち　∠ABD＝∠ECA　……⑤

①，②，⑤ より，△ABD と △ECA の 2 辺とその間の角がそれぞれ等しいから

△ABD≡△ECA

6 解答　略

点 B と点 D を結ぶ。

△ABD と △CBD において

仮定から　∠BAD＝∠BCD＝90°　……①

AB＝CB　……②

また　BD＝BD（共通）　……③

①，②，③ より，直角三角形の斜辺と他の 1 辺がそれぞれ等しいから

△ABD≡△CBD

よって　AD＝CD

証明の練習をしよう！（4日目）

---

7 (1) $\triangle ABD$ と $\triangle CAE$ において　$\angle ADB = \angle CEA = 90^\circ$ ……①

$\triangle ABC$ は，$\angle A = 90^\circ$ の直角二等辺三角形であるから

$AB = CA$ ……②

$\triangle ABD$ において

$\angle ABD = 180^\circ - (90^\circ + \angle DAB)$

$= 90^\circ - \angle DAB$

$\angle BAC = 90^\circ$ であるから $\angle CAE = 90^\circ - \angle DAB$

よって　$\angle ABD = \angle CAE$ ……③

①，②，③より，直角三角形の斜辺と1つの鋭角がそれぞれ等しいから

$\triangle ABD \equiv \triangle CAE$

(2) (1)より $BD = AE$，$CE = AD$ であるから

$BD - CE = AE - AD = DE$

8 $\triangle AEG$ と $\triangle CFH$ において

仮定から　$AE = CF$ ……①　$AG = CH$ ……②

平行四辺形 ABCD の対角は等しいから　$\angle EAG = \angle FCH$ ……③

①，②，③より，2辺とその間の角がそれぞれ等しいから

$\triangle AEG \equiv \triangle CFH$

よって　$EG = FH$ ……④

$\triangle BHE$ と $\triangle DGF$ において

平行四辺形 ABCD の対辺はそれぞれ等しいから

$AB = DC$ ……⑤

$BC = AD$ ……⑥

①，⑤より　$AB - AE = DC - CF$

すなわち　$BE = DF$ ……⑦

②，⑥より　$BC - CH = AD - AG$

すなわち　$BH = DG$ ……⑧

平行四辺形 ABCD の対角は等しいから

$\angle EBH = \angle FDG$ ……⑨

⑦，⑧，⑨より，2辺とその間の角がそれぞれ等しいから

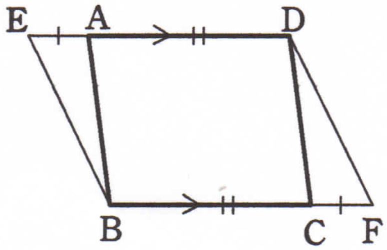
$\triangle BHE \equiv \triangle DGF$

よって　$EH = FG$ ……⑩

④，⑩より，四角形 EHFG は，2組の対辺がそれぞれ等しいから，平行四辺形である。

証明の練習をしよう！（5日目）

9 仮定から　$AE=CF$　……①



▱ABCD の対辺は等しいから

$AD=BC$　……②

①，② より　$AE+AD=CF+BC$

よって　$ED=BF$　……③

また，▱ABCD の対辺は平行であるから

$AD /\!/ BC$

よって　$ED /\!/ BF$　……④

③，④ より，1 組の対辺が平行で等しいから，

四角形 EBFD は平行四辺形である。

10 N は辺 AC の中点であるから　$AN=NC$

$MN=ND$ より，四角形 AMCD は，対角線がそれぞれの中点で交わるから，平行四辺形である。

よって　$AM=DC$　……①

$AM /\!/ DC$　……②

M は辺 AB の中点であるから　$AM=MB$

① より　$MB=DC$

また，② より　$MB /\!/ DC$

したがって，四角形 MBCD は，1 組の対辺が平行で等しいから，平行四辺形である。

よって　$MN /\!/ BC$

また，$MD=BC$ で，$MN=\frac{1}{2}MD$ であるから　$MN=\frac{1}{2}BC$

証明の練習をしよう！（6日目）

---

11 $\triangle ABE$ と $\triangle CBD$ において

仮定から　$AB=CB$　……①

$\angle A=\angle C$　……②

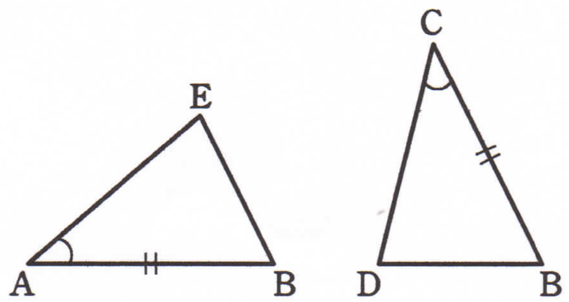
共通な角であるから

$\angle B=\angle B$　……③

①，②，③より，1辺とその両端の角がそれぞれ等しいから　$\triangle ABE\equiv\triangle CBD$

合同な図形では対応する辺の長さは等しいから

$AE=CD$



12 ［仮定］$AB=AC$,

2点 D，E はともに円 A の周上の点

(1) ［結論］$\angle ABE=\angle ACD$

［証明］$\triangle ABE$ と $\triangle ACD$ において

仮定から

$AB=AC$　……①

$AE=AD$　……②

また　$\angle BAE=\angle CAD$（共通）……③

①，②，③より，2辺とその間の角がそれぞれ等しいから

$\triangle ABE\equiv\triangle ACD$

よって　$\angle ABE=\angle ACD$

(2) ［結論］$DF=EF$

［証明］$\triangle DBF$ と $\triangle ECF$ において

$DB=AB-AD$

$EC=AC-AE$

ここで，$AB=AC$, $AD=AE$ であるから

$DB=EC$　……④

(1)より，$\triangle ABE\equiv\triangle ACD$ であるから

$\angle DBF=\angle ECF$　……⑤

$\angle ADC=\angle AEB$　……⑥

⑥より　$\angle BDF=\angle CEF$　……⑦

④，⑤，⑦より，1辺とその両端の角がそれぞれ等しいから

$\triangle DBF\equiv\triangle ECF$

よって　$DF=EF$

証明の練習をしよう！（7日目）

13 $\triangle$OQB と合同な三角形は $\triangle$OPA′ である。

このことを証明する。

[証明]　$\triangle$OQB と $\triangle$OPA′ において

仮定から　　$OA=OB$

また，$\triangle OAB \equiv \triangle OA'B'$ より $OA=OA'$ であるから

$OB=OA'$　……①

$\angle OBQ$，$\angle OA'P$ はともに 45° であるから

$\angle OBQ=\angle OA'P$　……②

ここで　$\angle AOB=180^\circ-(45^\circ+45^\circ)=90^\circ$

また，仮定より $\angle BOQ=30^\circ$ であるから

$\angle AOQ=90^\circ-30^\circ=60^\circ$

$\angle A'OB'=\angle AOB=90^\circ$ より，$\angle A'OP=90^\circ-60^\circ=30^\circ$ となるから

$\angle BOQ=\angle A'OP$　……③

①，②，③ より，1 辺とその両端の角がそれぞれ等しいから

$\triangle OQB \equiv \triangle OPA'$

14 [証明]　$\triangle$ABC と $\triangle$ADC において

仮定から　　$AB=AD$　……①

$CB=CD$　……②

また　　$AC=AC$ (共通)　……③

①，②，③ より，3 辺がそれぞれ等しいから

$\triangle ABC \equiv \triangle ADC$

よって　　$\angle BAC=\angle DAC$　……④

AC と BD の交点を O とする。

$\triangle$ABO と $\triangle$ADO において，④ より

$\angle BAO=\angle DAO$　……⑤

また　　$AO=AO$ (共通)　……⑥

①，⑤，⑥ より，2 辺とその間の角がそれぞれ等しいから

$\triangle ABO \equiv \triangle ADO$

よって　　$BO=DO$　……⑦

$\angle AOB=\angle AOD$　……⑧

⑧ と，$\angle AOB+\angle AOD=180^\circ$ より

$\angle AOB=\angle AOD=90^\circ$

これと，⑦ より，直線 AC は線分 BD の垂直二等分線である。

証明の練習をしよう！（8日目）

15 証明 △ABD と △CAE において

$\angle BDA = \angle AEC = 90°$ …… ①

$AB = CA$ …… ②

また　$\angle ABD + \angle BAD = 90°$

$\angle CAE + \angle BAD = 90°$

であるから　$\angle ABD = \angle CAE$ …… ③

①，②，③ より，直角三角形の斜辺と 1 つの鋭角がそれぞれ等しいから

$\triangle ABD \equiv \triangle CAE$

よって　$AD = CE$

したがって　$CE + DE = AD + DE = AE$ 終

16 △ABC と △DCB において

仮定から　$AC = DB$ …… ①

平行四辺形の対辺は等しいから

$AB = DC$ …… ②

共通であるから　$BC = CB$ …… ③

よって，3 辺がそれぞれ等しいから

$\triangle ABC \equiv \triangle DCB$

したがって　$\angle ABC = \angle DCB$ …… ④

また，平行四辺形の対角は等しいから

$\angle ABC = \angle CDA$ …… ⑤

$\angle DCB = \angle BAD$ …… ⑥

④，⑤，⑥ より，平行四角形 ABCD の 4 つの角はすべて等しいから， ABCD は長方形になる。

証明の練習をしよう！（9日目）

17 (1)　$\triangle$ACE と $\triangle$ADE において

仮定から

$\angle AEC = \angle AED = 90^\circ$ ……①

$AC = AD$ ……②

また　$AE = AE$（共通）……③

①，②，③より，直角三角形の斜辺と他の1辺がそれぞれ等しいから

$\triangle ACE \equiv \triangle ADE$

(2)　$\triangle$ACF と $\triangle$ADF において

(1)より　$\angle CAE = \angle DAE$

すなわち　$\angle CAF = \angle DAF$ ……④

仮定から　$AC = AD$ ……⑤

また　$AF = AF$（共通）……⑥

④，⑤，⑥より，2辺とその間の角がそれぞれ等しいから

$\triangle ACF \equiv \triangle ADF$

(3)　(2)より　$\angle ADF = \angle ACF = 90^\circ$

よって　$\angle BDF = 90^\circ$

また，$\triangle$ABC は，$AC = BC$ の直角二等辺三角形であるから

$\angle ABC = 45^\circ$

すなわち　$\angle DBF = 45^\circ$

ゆえに　$\angle DFB = 180^\circ - (90^\circ + 45^\circ) = 45^\circ$

したがって，$\triangle$DBF について

$\angle D = 90^\circ$，$\angle B = \angle F = 45^\circ$

よって，$\triangle$DBF は直角二等辺三角形である。

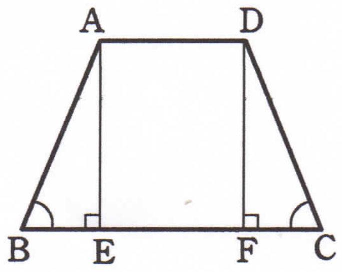
証明の練習をしよう！（10日目）

18 対角線 AC，BD の交点を O とする。
$\triangle$AOB と $\triangle$AOD において AC と BD が垂直に交わるから
$\angle AOB = \angle AOD = 90^\circ$ ……①
共通であるから　AO＝AO ……②
平行四辺形の対角線はそれぞれの中点で交わるから
BO＝DO ……③
①，②，③より，2辺とその間の角がそれぞれ等しいから
$\triangle AOB \equiv \triangle AOD$
よって　AB＝AD ……④
また，平行四辺形の性質より
AB＝DC，AD＝BC ……⑤
④，⑤より，平行四辺形 ABCD の 4 つの辺はすべて等しいから，ABCD はひし形になる。

19 $\triangle$ABP と $\triangle$ADP において
四角形 ABCD は正方形であるから
AB＝AD ……①
線分 AC は正方形の対角線であるから
$\angle BAP = \angle DAP (= 45^\circ)$ ……②
また　AP＝AP（共通） ……③
①，②，③より，2辺とその間の角がそれぞれ等しいから　$\triangle ABP \equiv \triangle ADP$
よって　$\angle ABP = \angle ADP$
AB$/\!/$DC より，錯角は等しいから　$\angle CEB = \angle ABP$
したがって　$\angle CEB = \angle ADP$

証明の練習をしよう！（11日目）

20 点A，Dから辺BCに，それぞれ垂線AE，DFをひく。



△ABEと△DCFにおいて

AD//BCより　AE＝DF　……①

また　∠AEB＝∠DFC＝90°　……②

∠ABE＝∠DCF　……③

②，③より，三角形の残りの角も等しいから

∠BAE＝∠CDF　……④

①，②，④より，1辺とその両端の角がそれぞれ等しいから

△ABE≡△DCF

したがって　AB＝DC

別解　点Aを通り辺DCに平行な直線と辺BCとの交点をEとする。

四角形AECDは，2組の対辺がそれぞれ平行であるから，平行四辺形である。

よって　AE＝DC　……①

AE//DCより，平行線の同位角は等しいから

∠AEB＝∠DCB

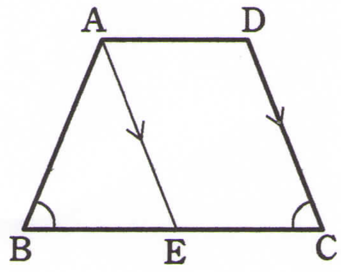
仮定から　∠ABE＝∠DCB

したがって　∠ABE＝∠AEB

よって，△ABEは二等辺三角形であり

AB＝AE

①から　AB＝DC



21 △BFEと△DHGにおいて

仮定から　BE＝DG　……①

平行四辺形の対辺は等しいから

BC＝AD

仮定から，CF＝AHであるから

BF＝DH　……②

平行四辺形の対角は等しいから

∠EBF＝∠GDH　……③

①，②，③より，2辺とその間の角がそれぞれ等しいから

△BFE≡△DHG

よって　EF＝GH　……④

同様に，△AEHと△CGFについて

△AEH≡△CGF

よって　EH＝GF　……⑤

④，⑤より，四角形EFGHは2組の対辺がそれぞれ等しいから，平行四辺形である。

証明の練習をしよう！（12日目）

$\boxed{22}$ △ABC と △CDA において

仮定から　AB＝CD　……①

AB∥DC より，錯角は等しいから

$\angle BAC = \angle DCA$　……②

共通な辺であるから

AC＝CA　……③

①，②，③ より，2 辺とその間の角がそれぞれ等しいから

△ABC≡△CDA

$\boxed{23}$ [仮定]　AB＝DB，$\angle ABD = 90°$，BC＝BE，$\angle CBE = 90°$

[結論]　AE＝DC

[証明]　△ABE と △DBC において

仮定から　AB＝DB　……①

BE＝BC　……②

$\angle CBE = \angle ABD = 90°$

$\angle CBE = \angle ABD$ の両辺に $\angle ABC$ を加えると

$\angle CBE + \angle ABC = \angle ABD + \angle ABC$

すなわち　$\angle ABE = \angle DBC$　……③

①，②，③ より，2 辺とその間の角がそれぞれ等しいから

△ABE≡△DBC

合同な図形の対応する辺は等しいから

AE＝DC