証明の練習をしよう！（相似な図形）（13日目）

1 解答 (1) 略　(2) 略

(1) △ABD と △ACE において

$\angle ADB = \angle AEC = 90°$

共通な角であるから　$\angle BAD = \angle CAE$

よって，2 組の角がそれぞれ等しいから

△ABD∽△ACE

(2) △BFE と △CFD において

$\angle BEF = \angle CDF = 90°$

対頂角は等しいから　$\angle BFE = \angle CFD$

よって，2 組の角がそれぞれ等しいから

△BFE∽△CFD

$\boxed{2}$ 解答 (1) 略　(2) $\dfrac{32}{3}$ cm

(1) △ABC と △DAC において

$\angle DAC=\dfrac{1}{2}\angle BAC=\dfrac{1}{2}\times 2\angle ABC=\angle ABC$

共通な角であるから　$\angle ACB=\angle DCA$

よって，2組の角がそれぞれ等しいから

△ABC∽△DAC

(2) △ABC∽△DAC より

$AC:DC=BC:AC$

$6:DC=10:6$

よって　$DC=\dfrac{18}{5}$

$BC=10$ であるから

$BD=10-\dfrac{18}{5}=\dfrac{32}{5}$

$\angle ABC=\dfrac{1}{2}\angle BAC=\angle BAD$ であるから，

△ABD は $AD=BD$ の二等辺三角形である。

よって　$AD=BD=\dfrac{32}{5}$

△ABC∽△DAC より

$AB:DA=BC:AC$

$AB:\dfrac{32}{5}=10:6$

したがって　$AB=\dfrac{32}{3}$ cm

3 解答 (1) 略　(2) 2.4 cm

(1) $\triangle ACQ$ と $\triangle QBP$ において

$\angle ACQ = \angle QBP = 60^\circ$ ……①

$\triangle ACQ$ において，内角と外角の関係から

$\angle CAQ + \angle ACQ = \angle BQA$

$\angle CAQ + 60^\circ = \angle BQP + 60^\circ$

よって　$\angle CAQ = \angle BQP$ ……②

①，②より，2組の角がそれぞれ等しいから

$\triangle ACQ \backsim \triangle QBP$

(2) $BQ = 4$ cm であるから

$CQ = 10 - 4 = 6$

$\triangle ACQ \backsim \triangle QBP$ から

$CQ : BP = CA : BQ$

$6 : BP = 10 : 4$

よって　$BP = 2.4$ cm

証明の練習をしよう！（相似な図形）　(16日目)

4 解答　略

$\triangle AFE$ と $\triangle GHE$ において

共通な角であるから　$\angle AEF = \angle GEH$　…… ①

$\triangle ABC \equiv \triangle ADE$ であるから　$\angle FBG = \angle FDA$　…… ②

$\triangle FDA$ と $\triangle FBG$ において，内角と外角の関係から

$$\angle FDA + \angle FAD = \angle FBG + \angle FGB$$

よって，② より　$\angle FDA + \angle FAD = \angle FDA + \angle FGB$

したがって　$\angle FAD = \angle FGB$　…… ③

また，AB は $\angle DAE$ を 2 等分しているから　$\angle FAD = \angle EAF$　…… ④

対頂角は等しいから　$\angle FGB = \angle EGH$　…… ⑤

③，④，⑤ より　$\angle EAF = \angle EGH$　…… ⑥

①，⑥ より，2 組の角がそれぞれ等しいから

$$\triangle AFE \backsim \triangle GHE$$

5 解答　(1)　略　　(2)　21 cm

(1)　$\triangle BFD$ と $\triangle CEF$ において

$\triangle ABC$ は正三角形であるから

$$\angle DBF = \angle FCE = 60^\circ \quad \cdots\cdots ①$$

$\triangle BFD$ において，内角と外角の関係から

$$\angle BDF + \angle DBF = \angle DFC$$

よって　$\angle BDF + \angle DBF = \angle CFE + \angle DFE$

$\angle DBF = \angle DFE = 60^\circ$ であるから

$$\angle BDF = \angle CFE \quad \cdots\cdots ②$$

①，② より，2 組の角がそれぞれ等しいから

$$\triangle BFD \backsim \triangle CEF$$

(2)　$\triangle FED$ をもどすと $\triangle AED$ と重なるから

$$AD = FD = 14$$

よって　$AB = 14 + 16 = 30$

$\triangle ABC$ は正三角形であるから　$AC = BC = 30$

$\triangle BFD \backsim \triangle CEF$ より

$$BD : CF = BF : CE$$

$$16 : (30 - 6) = 6 : CE$$

よって　$CE = 9$

したがって　$AE = 30 - 9 = 21\,(\text{cm})$