

証明の練習をしよう！ (円) (17日目)

6 **解答** 略

A と C を結ぶ。

長さの等しい弧に対する円周角は等しいから

$$\angle ACB = \angle DAC$$

錯角が等しいから, $AD \parallel BC$ である。

よって, 四角形 ABCD は台形である。

7 **解答** 略

$\triangle ABQ$ と $\triangle APB$ において

共通な角であるから $\angle BAQ = \angle PAB$ …… ①

$AB = AC$ から $\angle ACB = \angle ABQ$

\widehat{AB} に対する円周角について

$$\angle ACB = \angle APB$$

よって $\angle ABQ = \angle APB$ …… ②

①, ② より, 2組の角がそれぞれ等しいから

$$\triangle ABQ \cong \triangle APB$$

証明の練習をしよう！ (円) (18日目)

8 解答 (1) 略 (2) 8 cm

(1) $\triangle ABE$ と $\triangle CDE$ において

対頂角は等しいから $\angle AEB = \angle CED$

円周角の定理により $\angle ABE = \angle CDE$

2組の角がそれぞれ等しいから

$\triangle ABE \sim \triangle CDE$

(2) (1)の結果により

$$AE : CE = BE : DE$$

$$6 : 3 = BE : 4$$

$$3BE = 24$$

よって $BE = 8 \text{ cm}$

証明の練習をしよう！ (円) (19日目)

9 解答 略

$\triangle ABD$ と $\triangle EBC$ において

仮定から $BD = BC$ …… ①

BD は $\angle ABC$ の二等分線であるから $\angle ABD = \angle EBC$ …… ②

\widehat{AB} に対する円周角より $\angle ADB = \angle ECB$ …… ③

①, ②, ③ より, 1 辺とその両端の角がそれぞれ等しいから

$$\triangle ABD \equiv \triangle EBC$$

10 解答 略

$\triangle ABQ$ と $\triangle ACP$ において

仮定より $AB = AC$, $BQ = CP$

\widehat{AP} に対する円周角より $\angle ABQ = \angle ACP$

よって, 2 辺とその間の角がそれぞれ等しいから

$$\triangle ABQ \equiv \triangle ACP$$

したがって $AQ = AP$

証明の練習をしよう！ (円) (20日目)

11 解答 略

$\triangle ABC$ と $\triangle AED$ において

\widehat{AB} に対する円周角より $\angle ACB = \angle ADE$ …… ①

$\angle ABC$ は半円の弧に対する円周角であるから

$$\angle ABC = 90^\circ$$

仮定より, $\angle AED = 90^\circ$ であるから

$$\angle ABC = \angle AED$$
 …… ②

①, ② より, 2組の角がそれぞれ等しいから

$$\triangle ABC \sim \triangle AED$$

12 解答 略

$\widehat{AD} = \widehat{BD}$ より $\angle ACD = \angle BCD$

$AC \parallel EF$ より $\angle ACD = \angle CEF$

よって $\angle BCD = \angle CEF$

すなわち, $\angle FCE = \angle FEC$ であるから, $\triangle CEF$ は二等辺三角形である。

証明の練習をしよう！ (円) (21日目)

13 解答 略

$\triangle APD$ と $\triangle CPB$ において

\widehat{BD} に対する円周角より

$$\angle PAD = \angle PCB \quad \dots\dots ①$$

共通な角であるから $\angle APD = \angle CPB \quad \dots\dots ②$

①, ② より, 2組の角がそれぞれ等しいから

$$\triangle APD \sim \triangle CPB$$

よって $PA : PC = PD : PB$

したがって $PA \times PB = PC \times PD$

14 解答 略

$\triangle ECB$ と $\triangle FDB$ において

円 O' の \widehat{AB} に対する円周角より

$$\angle CEB = \angle DFB \quad \dots\dots ①$$

円 O の \widehat{AB} に対する円周角より

$$\angle ACB = \angle ADB$$

よって $180^\circ - \angle ACB = 180^\circ - \angle ADB$

すなわち $\angle ECB = \angle FDB \quad \dots\dots ②$

①, ② より, 2組の角がそれぞれ等しいから

$$\triangle ECB \sim \triangle FDB$$

証明の練習をしよう！ (円) (22日目)

15 解答 略

$$\angle DAB = \angle DAC, \angle DAB = \angle DBE \text{ から } \angle DAC = \angle DBE$$

2点 A, B は直線 EC について同じ側にあり, $\angle EAC = \angle EBC$ であるから, 4点 A, B, E, C は1つの円周上にある。

$$\text{このとき, } \widehat{BE} \text{ に対する円周角より } \angle BCE = \angle BAE$$

$$\text{よって, } \angle CBE = \angle BCE \text{ となるから } BE = CE$$

$$\text{また, } BE = EF \text{ であるから } BE = CE = EF$$

したがって, 点 C は線分 BF を直径, 点 E を中心とする円周上にある。

$$\text{よって } \angle BCF = 90^\circ$$

16 解答 略

S, P, Q は接点であるから

$$\angle ASO = \angle APO = \angle OQB = 90^\circ \dots\dots ①$$

$$\text{四角形 APOS について } \angle SAP + \angle SOP = 360^\circ - 90^\circ \times 2 = 180^\circ$$

$$\text{四角形 PBQO について } \angle PBQ + \angle POQ = 360^\circ - 90^\circ \times 2 = 180^\circ$$

$$\text{よって } \angle SAP + \angle SOP + \angle PBQ + \angle POQ = 360^\circ \dots\dots ②$$

$$AD \parallel BC \text{ であるから } \angle SAP + \angle PBQ = 180^\circ \dots\dots ③$$

$$\text{②, ③ より } \angle SOP + \angle POQ = 180^\circ \dots\dots ④$$

$\triangle OAP$ と $\triangle BOQ$ において

$$\text{① より } \angle APO = \angle OQB \dots\dots ⑤$$

ここで, $\angle AOP = a$, $\angle BOQ = b$ とおく。

$$\triangle OAP \cong \triangle OAS \text{ より } \angle AOP = \angle AOS$$

$$\text{よって } \angle SOP = 2\angle AOP = 2a$$

$$\triangle OBP \cong \triangle OBQ \text{ より } \angle BOP = \angle BOQ$$

$$\text{よって } \angle POQ = 2\angle BOQ = 2b$$

$$\text{④ より, } 2a + 2b = 180^\circ \text{ となるから } a = 90^\circ - b$$

$$\text{よって } \angle OBQ = 180^\circ - (90^\circ + b) = 90^\circ - b = a$$

$$\text{したがって } \angle AOP = \angle OBQ \dots\dots ⑥$$

$$\text{⑤, ⑥ より, 2組の角がそれぞれ等しいから } \triangle OAP \sim \triangle BOQ$$

証明の練習をしよう！ (円) (23日目)

17 解答 (1) 略 (2) 略

(1) $\triangle PAS$ と $\triangle PBR$ において

仮定より $\angle ASP = \angle BRP (=90^\circ)$ …… ①

接線と弦のつくる角の定理により

$$\angle BAP = \angle PBR$$

すなわち $\angle PAS = \angle PBR$ …… ②

したがって、①、②より2組の角がそれぞれ等しいから

$$\triangle PAS \sim \triangle PBR$$

(2) (1)と同様にして

$$\triangle PBS \sim \triangle PAQ$$

$\triangle PAS \sim \triangle PBR$ から

$$PS : PR = AP : BP \quad \dots\dots \textcircled{3}$$

$\triangle PBS \sim \triangle PAQ$ から

$$PS : PQ = BP : AP$$

よって $PQ : PS = AP : BP$ …… ④

③、④から $PS : PR = PQ : PS$

したがって $PS^2 = PQ \times PR$