テスト対策プリント（2乗比例する関数）解答と解説

1 解答　①，③

①，③

2 解答　(1) $y=5x^2$　(2) $y=\frac{1}{3}x^2$　(3) $y=-4x^2$　(4) $y=-\frac{5}{4}x^2$

(5) $y=12$

y は x の2乗に比例するから，比例定数を a とすると，$y=ax^2$ と表すことができる。

(1) $x=2$ のとき $y=20$ であるから　$20=a\times2^2$

$a=5$

したがって　$y=5x^2$

(2) $x=-3$ のとき $y=3$ であるから　$3=a\times(-3)^2$

$a=\frac{1}{3}$

したがって　$y=\frac{1}{3}x^2$

(3) $x=-\frac{1}{2}$ のとき $y=-1$ であるから

$-1=a\times\left(-\frac{1}{2}\right)^2$

$a=-4$

したがって　$y=-4x^2$

(4) $x=-\sqrt{3}$ のとき $y=-\frac{15}{4}$ であるから

$-\frac{15}{4}=a\times(-\sqrt{3})^2$

$a=-\frac{5}{4}$

したがって　$y=-\frac{5}{4}x^2$

(5) $x=5$ のとき $y=75$ であるから

$75=a\times5^2$

$a=3$

したがって　$y=3x^2$

よって，$x=-2$ のとき　$y=3\times(-2)^2=12$

3 解答　(1) $y=-\frac{1}{2}x^2$　(2) $y=-\frac{9}{2}$

(1) $y=ax^2$ に $x=-4$，$y=-8$ を代入して

$-8=a\times(-4)^2$

$a=-\frac{1}{2}$

よって　$y=-\frac{1}{2}x^2$

(2) $y=-\frac{1}{2}\times(-3)^2=-\frac{9}{2}$

4 解答　(1) $y=2x^2$　(2) $y=-\frac{1}{12}x^2$　(3) $y=4x^2$

(1) $y=ax^2$ に $x=1$，$y=2$ を代入して

$2=a\times1^2$

$a=2$

よって　$y=2x^2$

(2) $y=ax^2$ に $x=6$，$y=-3$ を代入して

$-3=a\times6^2$

$a=-\frac{1}{12}$

よって　$y=-\frac{1}{12}x^2$

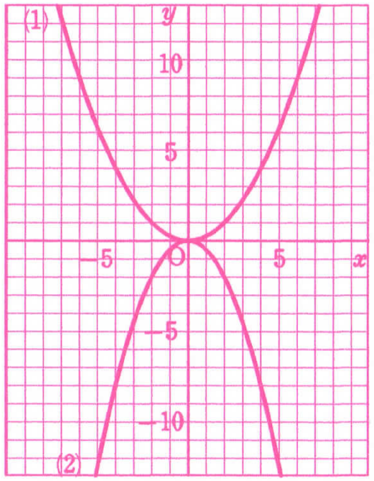
(3) $y=ax^2$ に $x=-\frac{1}{2}$，$y=1$ を代入して

$1=a\times\left(-\frac{1}{2}\right)^2$

$a=4$

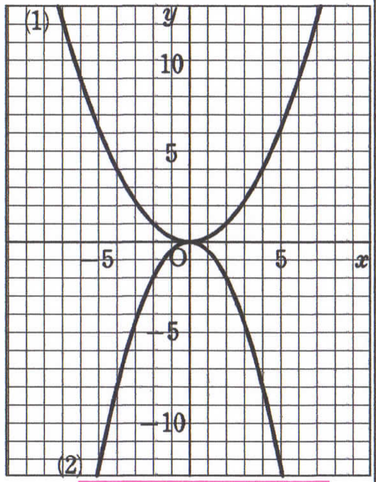
よって　$y=4x^2$

5 解答 (1) [図] (2) [図]

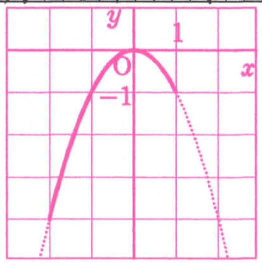


(1) グラフは，点$(-6,\ 9)$，$(-4,\ 4)$，$(-2,\ 1)$，$(0,\ 0)$，$(2,\ 1)$，$(4,\ 4)$，$(6,\ 9)$を通るから，右の図のようになる。

(2) グラフは，点$(-4,\ -8)$，$(-2,\ -2)$，$(0,\ 0)$，$(2,\ -2)$，$(4,\ -8)$を通るから，右の図のようになる。



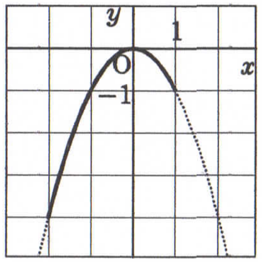
6 解答 (1) [図] (2) $-4 \leqq y \leqq 0$



(1) $x=-2$ のとき　$y=-(-2)^2=-4$

　$x=1$　のとき　$y=-1^2=-1$

よって，グラフは，右の図のようになる。



(2) グラフから，y の変域は

$$-4 \leqq y \leqq 0$$

7 解答 (1) $8 \leqq y \leqq 18$ (2) $0 \leqq y \leqq 32$

(1) $x=2$ のとき　$y=2\times2^2=8$

　$x=3$ のとき　$y=2\times3^2=18$

x の変域は0をふくまないから，y の変域は　$8 \leqq y \leqq 18$

(2) $x=-4$ のとき　$y=2\times(-4)^2=32$

　$x=3$　のとき　$y=18$

x の変域は0をふくむから，y の変域は　$0 \leqq y \leqq 32$

8 解答 (1) $a=\dfrac{1}{3}$ (2) $m=\pm6$

(1) $y=ax^2$ に，$x=3$，$y=3$ を代入すると

$$3=a\times3^2$$
$$9a=3$$

よって　$a=\dfrac{1}{3}$

(2) 関数 $y=\dfrac{1}{3}x^2$ のグラフ上に点$(m,\ 12)$があるから

$$12=\frac{1}{3}m^2$$
$$m^2=36$$

よって　$m=\pm6$

9 解答 (1) 8 m/s (2) 14 m/s (3) 14 m/s

(1) $x=1$ のとき $y=2\times1^2=2$

$x=3$ のとき $y=2\times3^2=18$

よって，平均の速さは

$$\frac{(移動した距離)}{(移動した時間)}=\frac{18-2}{3-1}=\frac{16}{2}=8\ (\mathrm{m/s})$$

(2) $x=3$ のとき $y=18$

$x=4$ のとき $y=2\times4^2=32$

よって，平均の速さは

$$\frac{(移動した距離)}{(移動した時間)}=\frac{32-18}{4-3}=14\ (\mathrm{m/s})$$

(3) $x=2$ のとき $y=2\times2^2=8$

$x=5$ のとき $y=2\times5^2=50$

よって，平均の速さは

$$\frac{(移動した距離)}{(移動した時間)}=\frac{50-8}{5-2}=\frac{42}{3}=14\ (\mathrm{m/s})$$

10 解答 (1) -2 (2) $a=\frac{3}{2}$

(1) 点 A の x 座標は 2 であるから，y 座標は

$$y=-\frac{1}{2}\times2^2=-2$$

(2) 点 B の x 座標は 2 であるから，y 座標は

$$y=a\times2^2=4a$$

よって $AB=4a-(-2)=4a+2$

また，点 B と点 C は y 軸について対称であるから，点 C の x 座標は -2 である。

したがって $BC=2-(-2)=4$

$AB:BC=2:1$ であるから

$$(4a+2):4=2:1$$
$$4a+2=8$$
$$a=\frac{3}{2}$$

これは，$a>0$ を満たすので，問題に適している。

答 $a=\frac{3}{2}$

11 解答 (1) $y=\frac{1}{2}x^2$ (2) $y=-\frac{1}{2}x^2+2x$

(1) $0\leqq x\leqq2$ のとき，正方形 ABCD と △EFG が重なった部分は，等しい辺の長さが x cm の直角二等辺三角形であるから

$$y=\frac{1}{2}\times x\times x$$

すなわち $y=\frac{1}{2}x^2$

(2) $2\leqq x\leqq4$ のとき，正方形 ABCD と △EFG が重なった部分は，△EFG から，等しい辺の長さが $(x-2)$ cm の直角二等辺三角形をひいた台形であるから

$$y=\frac{1}{2}\times2\times2-\frac{1}{2}\times(x-2)(x-2)$$

すなわち $y=-\frac{1}{2}x^2+2x$

12 解答 (1) 2 (2) 1 (3) 3

$y=x^2$ と $y=x+2$ から y を消去すると

$$x^2=x+2$$

これを解くと $x^2-x-2=0$

$$(x+1)(x-2)=0$$

よって $x=-1,\ 2$

$x=-1$ のとき $y=(-1)^2=1$，$x=2$ のとき $y=2^2=4$ であるから

点 A の座標は $(-1,\ 1)$，点 B の座標は $(2,\ 4)$

また，直線 $y=x+2$ の切片は 2 であるから，

点 C の座標は $(0,\ 2)$

$0=x+2$ を解くと $x=-2$

よって，点 D の座標は $(-2,\ 0)$

(1) $\triangle ODC=\frac{1}{2}\times2\times2=2$

(2) $\triangle OAC=\frac{1}{2}\times2\times1=1$

(3) $\triangle OAB=\triangle OAC+\triangle OBC=1+\frac{1}{2}\times2\times2=3$