式の計算（図形の性質の証明）解答と解説

1 解答　略

道の面積は，縦が $(p+2a)$ m，横が $(q+2a)$ m の長方形の面積から，縦が p m，横が q m の長方形の面積をひいたものである。

よって　$S=(p+2a)(q+2a)-pq$

$=(pq+2ap+2aq+4a^2)-pq$

$=2ap+2aq+4a^2$　……①

道の中央を通る長方形の縦は $(p+a)$ m，横は $(q+a)$ m であるから

$\ell=2(p+a)+2(q+a)$

$=2p+2q+4a$

よって　$a\ell=a\{2p+2q+4a\}$

$=2ap+2aq+4a^2$　……②

①，②から　$S=a\ell$

2 解答　略

道の面積は，縦が $(a+2c)$ m，横が $(b+2c)$ m の長方形の面積から，縦が a m，横が b m の長方形の面積をひいたものである。

よって　$S=(a+2c)(b+2c)-ab$

$=ab+2ac+2bc+4c^2-ab$

$=2ac+2bc+4c^2$

道の中央を通る長方形の縦は $(a+c)$ m，横は $(b+c)$ m であるから

$\ell=2(a+c)+2(b+c)$

$=2a+2b+4c$

よって　$c\ell=2ac+2bc+4c^2$

したがって　$S=c\ell$

3 解答　略

道の面積は，1 辺の長さが $(p+2a)$ m の正方形の面積から，1 辺の長さが p m の正方形と 1 辺の長さが a mの 4 つの正方形の面積をひき，半径が a m の円の面積を加えたものである。

よって　$S=(p+2a)^2-(p^2+4a^2)+\pi\times a^2$

$=4ap+\pi a^2$　……①

白線は，1 辺の長さが p m の正方形の周と半径が $\dfrac{a}{2}$ m の円周の長さの和に等しいから

$\ell=4p+2\pi\times\dfrac{a}{2}$

$=4p+\pi a$

よって　$a\ell=a(4p+\pi a)$

$=4ap+\pi a^2$　……②

①，②から　$S=a\ell$