

文字と式 (数の性質の証明) 解答と解説

1 解答 (1) $10a + b$ (2) $10b + a$ (3) $11(a + b)$, 11 の倍数

(1) 十の位の数 a , 一の位の数 b である

2けたの自然数は $10a + b$

(2) 入れかえてできる自然数の十の位は b ,

一の位は a であるから $10b + a$

(3) もとの自然数と, 入れかえてできる自然数の和は

$$\begin{aligned}(10a + b) + (10b + a) &= 10a + b + 10b + a \\ &= 11a + 11b \\ &= 11(a + b)\end{aligned}$$

$a + b$ は整数だから, $11(a + b)$ は 11 の倍数である。

2 解答 (1) 略 (2) 略

(1) 連続する 5 つの整数は, 整数 n を使って

$$n - 2, n - 1, n, n + 1, n + 2$$

と表される。このとき, これらの和は

$$\begin{aligned}(n - 2) + (n - 1) + n + (n + 1) + (n + 2) &= n - 2 + n - 1 + n + n + 1 + n + 2 \\ &= 5n\end{aligned}$$

n は整数であるから, $5n$ は 5 の倍数である。

よって, 連続する 5 つの整数の和は 5 の倍数になる。

(2) 連続する 3 つの偶数は, 整数 n を使って

$$2n - 2, 2n, 2n + 2$$

と表される。このとき, これらの和は

$$\begin{aligned}(2n - 2) + 2n + (2n + 2) &= 2n - 2 + 2n + 2n + 2 \\ &= 6n\end{aligned}$$

n は整数であるから, $6n$ は 6 の倍数である。

よって, 連続する 3 つの偶数の和は 6 の倍数になる。