テスト対策プリント① (式の展開と因数分解) 解答と解説

1 解答 (1) $4x^2-3x$ (2) $9a^2$

(1) $2x(3x+1)-x(2x+5)=6x^2+2x-2x^2-5x$
$=4x^2-3x$

(2) $3a(a-4b)+6a(2b+a)=3a^2-12ab+12ab+6a^2$
$=9a^2$

2 解答 (1) $xy-7x-4y+28$ (2) $6ab-2a+3b-1$ (3) $2ac+3ad-4bc-6bd$

(1) $(x-4)(y-7)=x\times y+x\times(-7)-4\times y-4\times(-7)$
$=xy-7x-4y+28$

(2) $(2a+1)(3b-1)=2a\times 3b+2a\times(-1)+1\times 3b+1\times(-1)$
$=6ab-2a+3b-1$

(3) $(a-2b)(2c+3d)=a\times 2c+a\times 3d-2b\times 2c-2b\times 3d$
$=2ac+3ad-4bc-6bd$

3 解答 (1) $a^2-2ab-a-2b-2$ (2) $3x^2-7xy+9x+2y^2-3y$

(1) $(a+1)(a-2b-2)=a(a-2b-2)+(a-2b-2)$
$=a^2-2ab-2a+a-2b-2$
$=a^2-2ab-a-2b-2$

(2) $(x-2y+3)(3x-y)=(x-2y+3)\times 3x-(x-2y+3)y$
$=3x^2-6xy+9x-xy+2y^2-3y$
$=3x^2-7xy+9x+2y^2-3y$

4 解答 (1) a^2+a-56 (2) $b^2-9b-36$ (3) x^2+2x-8 (4) $x^2+\dfrac{4}{3}x+\dfrac{1}{3}$

(5) $x^2+x-\dfrac{3}{4}$

(1) $(a-7)(a+8)=a^2+\{(-7)+8\}a+(-7)\times 8$
$=a^2+a-56$

(2) $(b+3)(b-12)=b^2+\{3+(-12)\}b+3\times(-12)$
$=b^2-9b-36$

(3) $(4+x)(-2+x)=(x+4)(x-2)$
$=x^2+\{4+(-2)\}x+4\times(-2)$
$=x^2+2x-8$

(4) $(x+1)\left(x+\dfrac{1}{3}\right)=x^2+\left(1+\dfrac{1}{3}\right)x+1\times\dfrac{1}{3}$
$=x^2+\dfrac{4}{3}x+\dfrac{1}{3}$

(5) $\left(x-\dfrac{1}{2}\right)\left(x+\dfrac{3}{2}\right)=x^2+\left\{\left(-\dfrac{1}{2}\right)+\dfrac{3}{2}\right\}x+\left(-\dfrac{1}{2}\right)\times\dfrac{3}{2}$
$=x^2+x-\dfrac{3}{4}$

5 解答 (1) $x^2+12x+36$ (2) $x^2-14x+49$ (3) x^2-9

(1) $(x+6)^2=x^2+2\times 6\times x+6^2=x^2+12x+36$

(2) $(x-7)^2=x^2-2\times 7\times x+7^2$
$=x^2-14x+49$

(3) $(x+3)(x-3)=x^2-3^2$
$=x^2-9$

6 解答 (1) $4x^2-1$ (2) $16x^2+8x+1$ (3) $4y^2-12y+9$ (4) $9x^2-15x+4$

(5) $x^2-2xy-35y^2$ (6) $4a^2-2ab+\dfrac{1}{4}b^2$

(1) $(2x+1)(2x-1)=(2x)^2-1^2$
$=4x^2-1$

(2) $(4x+1)^2=(4x)^2+2\times 1\times 4x+1^2$
$=16x^2+8x+1$

(3) $(2y-3)^2=(2y)^2-2\times 3\times 2y+3^2$
$=4y^2-12y+9$

(4) $(3x-1)(3x-4)=(3x)^2+\{(-1)+(-4)\}\times 3x+(-1)\times(-4)$
$=9x^2-15x+4$

(5) $(x+5y)(x-7y)=x^2+\{5y+(-7y)\}x+5y\times(-7y)$
$=x^2-2xy-35y^2$

(6) $\left(2a-\dfrac{1}{2}b\right)^2=(2a)^2-2\times 2a\times\dfrac{1}{2}b+\left(\dfrac{1}{2}b\right)^2$
$=4a^2-2ab+\dfrac{1}{4}b^2$

7 解答 (1) $x^2+2xy+y^2+4x+4y+3$ (2) $x^2-2xy+y^2+2x-2y+1$
(3) $a^2+2ab+b^2-5a-5b+4$ (4) $a^2+4ab+4b^2-1$

(1) $x+y$ を M とおくと
$(x+y+1)(x+y+3)=(M+1)(M+3)$
$=M^2+4M+3$
$=(x+y)^2+4(x+y)+3$
$=x^2+2xy+y^2+4x+4y+3$

(2) $x-y$ を M とおくと
$(x-y+1)^2=(M+1)^2$
$=M^2+2M+1$
$=(x-y)^2+2(x-y)+1$
$=x^2-2xy+y^2+2x-2y+1$

(3) $a+b$ を M とおくと
$(a+b-1)(a+b-4)=(M-1)(M-4)$
$=M^2-5M+4$
$=(a+b)^2-5(a+b)+4$
$=a^2+2ab+b^2-5a-5b+4$

(4) $a+2b$ を M とおくと
$(a+2b+1)(a+2b-1)=(M+1)(M-1)$
$=M^2-1$
$=(a+2b)^2-1$
$=a^2+4ab+4b^2-1$

8 解答 (1) $m(x-y)$ (2) $a(2a+1)$ (3) $3a(x+2y)$
(1) $mx-my=m\times x-m\times y$
$=m(x-y)$
(2) $2a^2+a=a\times 2a+a\times 1$
$=a(2a+1)$
(3) $3ax+6ay=3a\times x+3a\times 2y$
$=3a(x+2y)$

9 解答 (1) $(a+9)^2$ (2) $\left(x-\dfrac{1}{2}\right)^2$ (3) $(8+t)(8-t)$
(1) $a^2+18a+81=a^2+2\times 9\times a+9^2$
$=(a+9)^2$

(2) $x^2-x+\dfrac{1}{4}=x^2-2\times\dfrac{1}{2}\times x+\left(\dfrac{1}{2}\right)^2$
$=\left(x-\dfrac{1}{2}\right)^2$

(3) $64-t^2=8^2-t^2$
$=(8+t)(8-t)$

10 解答 (1) $(x+3)(x+6)$ (2) $(x+4)(x+9)$ (3) $(x-1)(x-4)$
(4) $(x-3)(x-7)$ (5) $(x+1)(x-8)$ (6) $(x-2)(x+6)$

(1) $x^2+9x+18=(x+3)(x+6)$
(2) $x^2+13x+36=(x+4)(x+9)$
(3) $x^2-5x+4=(x-1)(x-4)$
(4) $x^2-10x+21=(x-3)(x-7)$
(5) $x^2-7x-8=(x+1)(x-8)$
(6) $x^2+4x-12=(x-2)(x+6)$

11 解答 (1) $(x+5)(x+8)$ (2) $(a-1)(a-10)$
(1) $(x+3)^2+7(x+3)+10=\{(x+3)+2\}\{(x+3)+5\}$
$=(x+5)(x+8)$
(2) $(a-4)^2-3(a-4)-18=\{(a-4)+3\}\{(a-4)-6\}$
$=(a-1)(a-10)$

12 解答 (1) 50　(2) 2496　(3) 199　(4) 2601

(1) $25^2 - 25 \times 23 = 25 \times (25-23)$
$= 25 \times 2$
$= 50$

(2) $48 \times 52 = (50-2)(50+2)$
$= 50^2 - 2^2$
$= 2500 - 4$
$= 2496$

(3) $100^2 - 99^2 = (100+99)(100-99)$
$= 199 \times 1$
$= 199$

(4) $51^2 = (50+1)^2$
$= 50^2 + 2 \times 1 \times 50 + 1^2$
$= 2500 + 100 + 1$
$= 2601$

13 解答 (1) 200　(2) 9

(1) $x^2 - 4x - 21 = (x+3)(x-7)$
であるから、求める式の値は
$(17+3)(17-7) = 20 \times 10$
$= 200$

(2) $x^2 + 6xy + 9y^2 = (x+3y)^2$
であるから、求める式の値は
$(2.1 + 3 \times 0.3)^2 = 3^2$
$= 9$

14 解答 略

連続する4つの整数は、整数 n を使って n, $n+1$, $n+2$, $n+3$ と表される。

このとき、最大の整数と2番目に大きい整数の積から最小の整数と2番目に小さい整数の積をひいた数は
$(n+3)(n+2) - n(n+1) = n^2 + 5n + 6 - n^2 - n$
$= 4n + 6$

これら4つの整数の和は
$n + (n+1) + (n+2) + (n+3) = 4n + 6$

よって、連続する4つの整数について、最大の整数と2番目に大きい整数の積から最小の整数と2番目に小さい整数の積をひいた数は、これらの連続する4つの整数の和に等しい。

15 解答 略

道の面積は、縦が $(a+2c)$ m、横が $(b+2c)$ m の長方形の面積から、縦が a m、横が b m の長方形の面積をひいたものであるから。
$S = (a+2c)(b+2c) - ab$
$= ab + 2ac + 2bc + 4c^2 - ab$
$= 2ac + 2bc + 4c^2$

道の中央を通る長方形の縦は $(a+c)$ m、横は $(b+c)$ m であるから
$\ell = 2(a+c) + 2(b+c)$
$= 2a + 2b + 4c$

よって $c\ell = 2ac + 2bc + 4c^2$
したがって $S = c\ell$

16 解答 (1) 42　(2) 10

(1) 168 を素因数分解すると　$168 = 2^3 \times 3 \times 7$
よって、求める自然数は　$2 \times 3 \times 7 = 42$

(2) 90 を素因数分解すると　$90 = 2 \times 3^2 \times 5$
よって、求める自然数は　$2 \times 5 = 10$