

平面図形への利用③ 解答と解説

1 解答 $4\sqrt{10}$ cm

円 O の半径は $10-3=7$ (cm)

よって、 $\triangle AOH$ において

$$AH^2 + 3^2 = 7^2$$

$$AH^2 = 40$$

$AH > 0$ であるから $AH = 2\sqrt{10}$

H は弦 AB の中点であるから $AB = 2AH = 4\sqrt{10}$ (cm)

2 解答 (1) $x = 4\sqrt{5}$ (2) $x = \sqrt{11}$ (3) $x = 10$

(1) 中心 O から、弦 AB にひいた垂線と AB との交点を H とする。

$\triangle OAH$ において、三平方の定理により $AH^2 + 4^2 = 6^2$

よって $AH^2 = 6^2 - 4^2 = 20$

$AH > 0$ であるから $AH = 2\sqrt{5}$

したがって $x = 2\sqrt{5} \times 2 = 4\sqrt{5}$

(2) 中心 O から、弦 AB にひいた垂線と AB との交点を H とすると

$$AH = 10 \times \frac{1}{2} = 5$$

$\triangle OAH$ において、三平方の定理により $5^2 + x^2 = 6^2$

よって $x^2 = 6^2 - 5^2 = 11$

$x > 0$ であるから $x = \sqrt{11}$

(3) 円の接線は、接点を通る半径に垂直であるから、 $\triangle OAB$ は $\angle B = 90^\circ$ の直角三角形である。

よって、三平方の定理により $x^2 = 6^2 + 8^2 = 100$

$x > 0$ であるから $x = 10$

3 解答 $2\sqrt{3}$ cm

$\angle OCB = 90^\circ$ より

$$\angle COB = 180^\circ - (90^\circ + 30^\circ) = 60^\circ$$

であるから $\angle CAB = \frac{1}{2} \angle COB = \frac{1}{2} \times 60^\circ = 30^\circ$

よって、 $\triangle ACB$ は、 $CA = CB$ の二等辺三角形である。

$\triangle OCB$ は、3つの角が 30° , 60° , 90° の直角三角形で、

$OC = 2$ cm であるから

$$CB = \sqrt{3} OC = \sqrt{3} \times 2 = 2\sqrt{3} \text{ (cm)}$$

したがって $AC = 2\sqrt{3}$ cm

